

MATEMATICA ȘI LUMEA FIZICĂ¹

Cristi STOICA²

holotronix@gmail.com

ABSTRACT. Physics shows that many truths about the Universe can be understood with the help of mathematics. On the other hand, some perceive mathematics as very rigid, and believe that there is knowledge which cannot be described mathematically. Here I argue that any kind of factual knowledge can be described mathematically, and that the Universe is isomorphic with a mathematical structure, although I admit that the complete mathematical description may be infinite, being thus inaccessible to humans.

KEYWORDS: Mathematical Universe, Theory of Everything.

Cât de mult din Univers se poate descrie matematic?

Opiniile cu privire la răspunsul la această întrebare sunt foarte diverse:

- Un posibil răspuns e că matematica nu are niciun rol, și că ea există cel mult în ochii privitorului. Poate în cel mai bun caz matematica are un oarecare rol neesențial, în modelarea anumitor fenomene.
- Probabil cei mai mulți se situează undeva la mijloc, considerând că fizica joacă un rol important în descrierea universului, iar matematica joacă un rol central în metodele fizicii, însă nimic mai mult.
- Dar unii consideră că matematica joacă un rol esențial în Universul în care trăim, sau chiar că Universul e o structură matematică [Wig60, Pen89, Pen05, Teg08].

¹ Comunicare prezentată în cadrul Diviziei de Logică, Metodologie și Filozofia Științei cu prilejul Sesiunii anuale de comunicări științifice a Comitetului Român de Istoria și Filozofia Științei al Academiei Române din data de 23 octombrie 2012.

² Doctorand, Institutul de Matematică „Simion Stoilow” al Academiei Române.

Marea Carte

Să presupunem că există o Carte în care sunt scrise toate propozițiile adevărate despre Univers.

Dacă există o lege a conservării energiei, această Carte o conține. Dacă această sesiune de comunicări are loc aici și acum, toate detaliile ei apar în această Carte, odată cu descrierea completă a fiecărui atom ce ne constituie, și cu fiecare gând al nostru. Ea conține orice propoziție adevărată, inclusiv despre sentimentele fiecăruia dintre noi, sau ce altceva mai există.

Cartea conține descrierea tuturor faptelor, tuturor legilor, și presupunem că nu există nicio contradicție logică între propozițiile din ea.

Presupunem că:

1. Marea Carte conține *toate propozițiile adevărate* despre Univers.

2. Propozițiile din Marea Carte *nu se contrazic* între ele.

Probabil că Marea Carte ar avea o lungime infinită.

O ediție prescurtată a Marii Cărți

Cea mai mare parte din Marea Carte e formată din propoziții care se deduc din alte propoziții din Carte. Putem șterge din ea toate propozițiile pe care le întâlnim, care se pot deduce logic din propozițiile precedente.

Rezultatul final e o carte mai mică, o *ediție prescurtată* a Marii Cărți, dar care conține aceeași informație, în formă implicită.

Există mai multe posibilități de a scrie o ediție prescurtată, logic echivalentă cu Marea Carte.

Dacă descrierea logică a Universului conține numerele naturale, atunci, conform teoremei de incompletitudine [Göd31, Smu94]³, și ediția prescurtată are lungime infinită.

Totuși nu putem exclude posibilitatea să existe o ediție prescurtată de lungime finită, dacă ignorăm elementele irelevante pentru înțelegerea Universului, sau dacă admitem demonstrații logice de lungime infinită.

³ R. Smullyan: *Diagonalization and Self-Reference*, Clarendon Press Oxford, 1994, p. 53 (Problem 1), indică următoarea problemă (adițională teoremei de incompletitudine): *Presupunând că suntem în posesia unei cărți în care fiecare propoziție este adevărată, construiește o propoziție care să fie adevărată dar nu poate fi găsită nicăieri în carte.* Răspunsul (p. 55) este *Această propoziție nu este în carte.* Astfel, adăugând permanent propoziții al căror adevăr stă în auto-referire, obținem o listă infinită de propoziții adevărate.

Teoria despre tot („Theory Of Everything”)

Unele propoziții din Carte descriu *adevăruri care depind de poziția în spațiu și timp* – de exemplu o configurație particulară a unui sistem, sau condițiile inițiale.

Alte propoziții descriu *adevăruri care nu depind de poziția în spațiu și timp* – de exemplu principiile fundamentale ale fizicii, ecuațiile de evoluție, constantele universale.

Dacă ne limităm doar la acestea din urmă, adică la legile universale, care sunt aceleași în timp și spațiu, obținem o carte și mai mică. Să o numim, după cum se obișnuiește, *teoria despre tot* (aici cuvântul „tot” se referă la legile universale, nu la soluțiile sau configurațiile particulare care ascultă de aceste legi).

Din raționamentul de până acum, pare perfect rezonabil să existe o teorie despre tot, și nu e exclus ca aceasta să aibă o lungime finită.

Limitele cunoașterii

Presupunând că teoria despre tot admite o descriere de lungime finită, putem noi oare descoperi această descriere?

Karl Popper argumentează convingător că pozitivismul nu are dreptate, și nu putem descoperi legile fundamentale numai din experiență și logică [Pop35, Pop02].

El arată că e necesar să propunem ipoteze și teorii, care să poată fi testate experimental, și în caz că nu sunt adevărate, să poată fi infirmate.

Desigur, ipotezele noastre cu privire la adevărurile universale pot fi oricând infirmate, indiferent de câte ori au fost verificate până atunci. Putem verifica doar cazuri particulare, nu întregul domeniu în care se aplică (a se vedea cazul geometriei euclidiene și al fizicii newtoniene).

Mai mult, nu există nicio garanție că toate adevărurile despre Univers pot fi testate prin experimente pe care oamenii le pot face. *Ar fi o coincidență prea mare ca Universul să lase unor subsisteme (noi, oamenii) posibilitatea de verifica toate adevărurile despre întreg.*

Universul ca structură matematică

Propozițiile din Marea Carte se referă la diverse noțiuni, precum și la relațiile dintre ele. Deoarece Marea Carte conține toate adevărurile, propozițiile din ea se referă tot la noțiuni descrise în ea.

De fapt, noi nu putem verifica cum sunt lucrurile în sine, ci *cel mult relațiile* dintre ele.

Putem deci considera că mulțimea acestor propoziții formează un sistem închis, care e un *sistem formal*. Într-un astfel de sistem nu contează semnificația termenilor, ci doar *relațiile logice* dintre ei.

Chiar presupunând că ne interesează semnificațiile, dacă acestea există, atunci sunt cuprinse deja în Marea Carte.

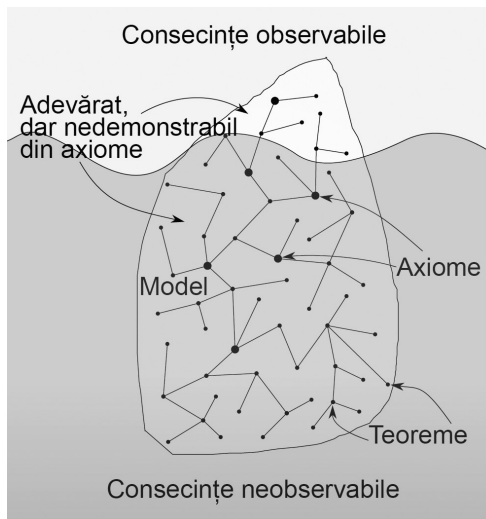
Conform Teoriei Modelelor, cu ajutorul Algebrei Universale se poate construi, sub rezerva (sau în ipoteza) necontradicției sistemului⁴, o *structură matematică*, în care axiomele sistemului formal sunt satisfăcute [CK90].

Toate propozițiile care sunt valide în această structură matematică, se aplică și la Univers, și vice-versa.

În concluzie, *Universul e izomorf cu o structură matematică*.

Aisbergul cunoașterii Universului

Următoarea imagine rezumă cele spuse până acum:



Concluzii

- Există o listă a tuturor *propozițiilor adevărate* despre Univers.
- Este necesar ca acestea să *nu se contradică* între ele.
- Ele formează un *sistem logic închis*.

⁴ Necontradicția sistemului revine, de fapt, chiar la construcția acestei structuri matematice – adică la indicarea unui suport material care să cuprindă acea structură, respectiv un suport material din care axiomele sistemului formal să poată fi abstrase.

- Deci există (în sensul de „există” din logica formală matematică)⁵ un *model matematic* care satisface aceleași axiome.

- Concluzie: *Universul e izomorf cu o structură matematică.*

Nu pretind că ne este accesibilă *cunoașterea completă* a acestui sistem, sau măcar cunoașterea axiomelor lui.

Probabil ideea că Universul e chiar atât de matematic e inacceptabilă. Dar dacă am greșit undeva, eroarea ar trebui să se afle în pașii de mai sus.

Bibliografie

- [1] Chang, C. C., Keisler, H. J., *Model theory*, vol. 73, North Holland, 1990. [CK90]
- [2] Gödel, K., „Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I”, în *Monatshefte für Mathematik* 38 (1931), no. 1, 173–198. [Göd31]
- [3] Penrose, R., *The emperor's new mind: Concerning minds, and the laws of physics*, Oxford University Press, Oxford, 1989. [Pen89]
- [4] Penrose, Roger, *The Road to Reality*, Knopf, 2005. [Pen05]
- [5] Popper, K. R., *Logik der Forschung: zur Erkenntnistheorie der modernen Naturwissenschaft*, vol. 9, J. Springer, 1935. [Pop35]
- [6] Popper, K. R., *The logic of scientific discovery (routledge classics)*, Routledge, 2002. [Pop02]
- [7] Smullyan, R. M., *Diagonalization and selfreference*. [Smu94]
- [8] Tegmark, M., „The mathematical universe”, în *Foundations of Physics* 38 (2008), no. 2, 101–150. [Teg08]
- [9] Wigner, E. P., The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. Richard Courant lecture in mathematical sciences delivered at New York University, May 11, 1959, *Communications on pure and applied mathematics* 13 (1960), no. 1, 1–14. [Wig60]

⁵ Sensul termenului „există” din logica formală matematică, este mai general decât cel comun acceptat (indicarea efectivă obiectului sau a acțiunii) incluzând și cazul teoremelor de existență al căror argument constă în adevărul unei propoziții P care afirmă că o anumită mulțime M are elemente – deși demonstrația propoziției P nu indică construcția efectivă a unui obiect element al mulțimii M.