
**DUALITATEA:
ELECTRICIENI CELEBRI -MECANICI RENUMI? I**

Garabet KÜMBETLIAN @ Alexandra NI? A
kumbetg@yahoo.com

Abstract: Hertz, Kirchhoff and Maxwell were in the same time as well mechanical and electrician scientists.

Primul dintre ei a fost Heinrich Rudolf Hertz. S-a nascut la Hamburg în anul 1857, în familia unui jurist bogat. În timpul anilor de liceu a urmat cursurile serale ale unei scoli tehnice, dând dovada de aptitudini deosebite pentru desen si lucrari mecanice.

În anul 1877 s-a înscris la Institutul Politehnic din München, dar atras de stiintele fundamentale ca matematica si fizica, s-a transferat, dupa numai un an la Berlin, unde functionau faimosii profesori H. Helmholtz si G. Kirchhoff.

În octombrie 1878 a început sa lucreze în laboratorul de fizica al lui Helmholtz. Experienta sa de acasa si de la München i-a asigurat un progres rapid si o recunoastere certa a aptitudinilor sale practice. În perioada iernii 1878 - 1879 Hertz a obtinut medalia de aur oferita de universitate, pentru o lucrare din domeniul electrodinamicii. În ianuarie 1880 a finalizat si prezentat teza pentru obtinerea titlului stiintific de doctor care ia fost acordat cu rara distinctie "summa cum laude".

În toamna anului 1880 Hertz a devenit asistentul lui Helmholtz. Preocupându-se de inelele colorate ale lui Newton, Hertz a abordat pentru început teoria compresiunii corpurilor elastice si în ianuarie 1881 s-a prezentat concluziile cu privire la acest subiect Societatii de Fizica din Berlin. El a generalizat teoria elaborata si în cazul socului, stabilind formule pentru calculul duratei impactului a doua sfere si tensiunilor produse în acest timp. Articolul a atras imediat interesul inginerilor, la a caror cerere a pregatit si o noua versiune, în care se ocupa de o descriere a experimentelor sale privind compresiunea corpurilor din sticla, de forma unor cilindri circulari. Acoperind cu un strat fin de funingine zona de contact, Hertz a obtinut conturul unei elipse, ale carei axe puteau fi masurate cu acuratete.

În context cu cercetarile sale de mai sus, Hertz s-a aratat interesat si de studiul duritatii metalelor, propunând propriile sale definitii si metode. El a recomandat folosirea unor corpuri de contact care sa imprime metalului testat o urma sferica. În consecinta, Hertz a recomandat ca masura a duritatii, valoarea sarcinii care producea deformatii permanente în

materialul încercat. În cazul sticlei, care ramâne elastică până în momentul distrugerii, Hertz a propus, ca măsură a durității, valoarea sarcinii care provoacă primele fisuri. În cazul materialelor ductile însă, metoda lui Hertz n-a fost acceptată, datorită dificultății stabilirii valorii sarcinii care provoacă începutul apariției deformațiilor permanente.

La începutul anului 1883, Hertz și-a concentrat atenția asupra problemei încovoierii unei plăci infinite care pluteste pe apă și este încărcată normal pe planul median, într-un punct al ei. El a găsit, ca imediat sub sarcină placa se deformează în jos, pentru că la diferite distanțe de ea deplasările verticale să fie – alternativ – de semne diferite. Suprafața plăcii devenea astfel ondulată, înălțimea undulațiilor scăzând rapid, cu creșterea distanței față de sarcină.

În același an, Hertz a rezolvat și o altă problemă de elasticitate și anume aceea a distribuției tensiunii în rolele circulare, de tipul celor care sunt întrebuințate în construcția aparatelor de reazem ale podurilor mobile.

Tot în anul 1883, după o perioadă de trei ani de asistentă în laboratorul lui Helmholtz, Hertz s-a întors la Kiel, unde a devenit lector la universitatea din acest oraș. În anul 1885 a fost ales profesor de fizică la Institutul Politehnic din Karlsruhe, unde și-a elaborat faimoasele sale lucrări în domeniul electrodinamicii. Dar lucrările lui Hertz asupra compresiunii și contactului dintre corpurile elastice și-au găsit largi aplicații în ingineria transportului feroviar și în proiectarea mașinilor.

Heinrich Rudolf Hertz a murit în anul 1894 la Bonn (la numai 37 de ani), unde era titular al catedrei de fizică a universității și unde a scris un important tratat asupra principiilor mecanicii. În acest tratat postum, Hertz a încercat să dezvolte întreaga mecanică pe baza principiului fundamental al minime acțiuni.

Un alt mare electrician cu contribuții deosebite în elasticitate și mecanică a fost Kirchhoff.

Gustav Robert Kirchhoff s-a născut în anul 1824 la Königsberg, ca fiu al unui jurist. După absolvirea liceului, în anul 1842, a fost admis la universitatea din același oraș, avându-l ca profesor pe Franz Neumann.

În anul 1848 Kirchhoff a obținut titlul de doctor, începându-și cariera didactică în cadrul universității din Berlin. În anul 1850 a fost invitat să se alature corpului profesoral al universității din Breslau, iar în anul 1855 se mută la Heidelberg ca profesor de fizică. În anul 1859, Kirchhoff inițiază primele sale experimente de solicitări compuse (de încovoiere și răsucire) asupra consolelor de oțel de secțiune circulară. Măsurând cu ajutorul unor oglinzi unghiul de răsucire relativă și rotirea la încovoiere în capătul consolelor, el a determinat valoarea coeficientului lui Poisson pentru oțel

(0,294) și pentru alama (0,387), aducând argumente în favoarea teoriei “multiconstantelor” elastice.

În anul 1868 (la vârsta de 44 de ani) Kirchhoff și-a pierdut un picior (într-un accident), noua sa situație determinându-l să se limiteze la studii teoretice. În anul 1875 s-a mutat la universitatea din Berlin, iar în anul 1876 a apărut renumita sa carte de mecanică “Vorlesungen über mathematische Physik, Mechanik”. A murit la vârsta de 63 de ani, în anul 1887.

Ca student al lui Franz Neumann, Kirchhoff s-a simțit atras de la începutul carierei sale, de teoria elasticității. În anul 1850 a publicat importantul său articol asupra teoriei plăcilor, în care întâlnim și prima teorie satisfăcătoare asupra încovoierii plăcilor. Kirchhoff era la curent cu istoricul problemei studiate, cu primele încercări ale lui Sophie Germain de a obține ecuația diferențială a încovoierii plăcilor ca și cu corecția lui Lagrange, adusă acesteia. El comentează critic încercările lui Poisson cu privire la problema vibrațiilor plăcii circulare, arătând că soluția propusă de acesta ar putea fi corectă, doar în cazul în care modurile simetrice de vibrații ar fi coroborate cu una dintre cele trei condiții de margine. Cele două ipoteze ale lui Kirchhoff cu privire la plăci sunt acceptate și în prezent, în anumite limite (ipoteza normalei la planul median al plăcii și ipoteza cu privire la nedeformabilitatea suprafețelor elementare din planul median al plăcii).

Pe baza celor două ipoteze ale sale, Kirchhoff a stabilit expresia corectă pentru energia potențială a unei plăci încovoiate. Pentru a obține în continuare ecuația diferențială a încovoierii, Kirchhoff a folosit principiul lucrului mecanic virtual, în conformitate cu care, lucrul mecanic al sarcinilor distribuite pe suprafața plăcii, corespunzător unor deplasări virtuale, este echivalent cu variația energiei potențiale a plăcii. Kirchhoff a aplicat apoi ecuațiile sale, teoriei vibrațiilor plăcilor circulare, cu margine liberă. El și-a propus să studieze nu numai modurile simetrice (pentru care liniile nodale sunt cercuri concentrice), dar și modurile pentru care liniile nodale sunt diametre ale cercului de contur și pentru care condițiile de margine ale lui Poisson nu pot fi aplicate. După stabilirea soluției sale generale, el a rezolvat o serie de cazuri numerice, prezentând un tabel al frecvențelor calculate pentru varii moduri de vibrații. Kirchhoff a folosit aceste rezultate, pentru a le compara cu cele experimentale obținute de Chladni și Strehlke, pentru vibrațiile diverselor plăci.

În prelegerile sale, Kirchhoff și-a extins nemijlocit teoria sa asupra plăcilor, pentru a acoperi și cazul în care deplasările sunt importante. Apariția teoriei sale asupra plăcilor, a reprezentat un mare pas înainte în teoria elasticității și care s-a dovedit a fi de mare importanță mai târziu,

datorita numeroaselor ei aplicatii în domeniul proiectarii diferitelor tipuri de structuri cu pereti subtiri.

O alta contributie importanta a lui Kirchhoff adusa teoriei elasticitatii a fost cea referitoare la deformarea barelor subtiri. El a stabilit ecuatiile generale de echilibru pentru fibra tridimensionala deformata a barei, în cazul marilor deplasari. Kirchhoff a demonstrat apoi, ca în cazul în care fortele sunt aplicate numai la capetele barei, aceste ecuatii sunt identice cu ecuatiile miscarii unui corp solid rigid, cu punct fix. În felul acesta, a facut ca solutiile deja cunoscute în dinamica corpului solid rigid, sa poata fi direct aplicate în cazul deformarii barelor subtiri. Aceasta facilitate este cunoscuta în stiinta sub numele de "Analogia dinamica a lui Kirchhoff". În felul acesta se poate compara flambajul lateral al unei bare comprimate, cu oscilatia unui pendul matematic, precum si deformarea unei sârme subtiri sub forma unei elice, cu precesia regulata a unui giroscop. În toate situatiile, ecuatia diferentiala este aceeasi.

În timpurile mult mai recente, aceasta teorie a fost utilizata în analiza problemelor de stabilitate elastica, ca de exemplu în cazul flambajului unui inel circular solicitat la compresiune uniforma, sau al flambajului unei bare curbe de sectiune transversala rectangulara îngusta, supusa încovoierii pure.

Ar mai trebui mentionate lucrarile lui Kirchhoff cu referire la vibratiile barelor de sectiune transversala variabila. Ecuatia generala pentru vibratiile laterale ale unor astfel de bare era deja cunoscuta, dar Kirchhoff a aratat cum poate fi ea integrata exact, în diferite situatii particulare, concrete. Spre exemplificare, Kirchhoff a considerat în acest caz bare de forma unei pane subtiri sau a unui con cu conicitate foarte mare, calculând în ambele situatii frecventa modului fundamental de vibratie.

În sfârșit, un exponent al marilor electricieni cu contributii remarcabile în domeniul elasticitatii a fost James Clerk Maxwell.

Maxwell s-a nascut la Edinburgh în anul 1831 si a trait doar 48 de ani. Între anii 1841 si 1847 a studiat în cadrul "Edinburgh Academy", dovedind reale aptitudini pentru matematici, si în special pentru geometrie. Tatal sau îl ducea de mic, la întrunirile de la "Edinburgh Society of Arts" si "Royal Society". La una dintre aceste întruniri, J.C.Maxwell a propus o metoda originala pentru construirea elipselor. El a imaginat si o metoda mecanica simpla pentru generarea curbelor ovale. În primavara anului 1847 James a avut acces în laboratorul lui Nicol, inventatorul prisme de polarizare. Acesta i-a daruit niste prisme, cu ajutorul carora J.C.Maxwell a construit un polariscop, pentru analiza fotoelastica a tensiunilor mecanice.

În toamna anului 1847 James a fost admis la universitatea din Edinburgh, unde studia cu sârg mecanica, în general fizica si în special

probleme de teoria elasticitatii.

În toamna anului 1850 a prezentat în cadrul “Royal Society” din Edinburgh lucrarea “On the Equilibrium of Elastic Solids” care începe cu o critica a teoriei “rariconstantelor elastice”. Autorul stabileste în continuare ecuatiile de echilibru pentru corpurile izotrope, cu ajutorul a doua constante elastice si le aplica apoi în diferite situatii particulare. Maxwell începe cu cazul unui cilindru gol, a carui suprafata interioara se rotește în raport cu cea exterioara, cu un unghi elementar, sub actiunea unui cuplu de moment M , dat. Folosindu-si ecuatiile stabilite anterior, J.C.Maxwell demonstreaza cu usurinta, ca aceasta situatie conduce la aparitia unor tensiuni de forfecare, invers proportionale cu patrutul distantei la axa cilindrului. Si pentru a verifica acest rezultat, apeleaza la fotoelasticitate. În acest scop toarna la cald un gel de “mica” între doua forme concentrice, obtinându-se - prin racire - un solid potrivit unor asemenea verificari experimentale.

J.C.Maxwell declara ca “...Daca solidul este privit în lumina polarizata, proiectata paralel cu axa, diferenta dintre întârzierile razelor polarizate opuse, în fiecare punct al solidului, va fi invers proportionala cu patrutul distantei fata de axa cilindrului /.../ Imaginea generala obtinuta va consta deci dintr-un sistem de inele colorate opuse celor din cristalele uniaxiale, nuantele lor fiind cu atât mai intense, cu cât sunt mai apropiate de centru, distantele dintre inele fiind din ce în ce mai mici”. Maxwell a copiat si reprodus aceasta imagine colorata, în acuarele.

O a doua problema studiata de J.C.Maxwell a fost cea a rasucirii barelor circulare, ca suport pentru determinarea experimentală a modulului de elasticitate transversala.

În continuare, studiaza si adânceste problema lui Lamé, a tensiunilor care se dezvoltă în cilindrii goi si sferile goale, ca urmare a actiunii unor presiuni uniforme. A studiat apoi problema încovoierii pure a grinzilor rectangulare, aducând o contributie interesanta teoriei elementare, prin luarea în considerare a presiunilor dintre “fibrele” longitudinale, ca urmare a curburii grinzii.

Urmatorul studiu abordat de Maxwell a fost cel al încovoierii placilor circulare, încarcate uniform. În alt caz, a studiat cuplul necesar întinderii fibrelor longitudinale ale unui cilindru circular rasucit, aratând ca formula cuplului contine un termen proportional cu cubul unghiului de rasucire, asa cum observase anterior si Thomas Young.

Maxwell a mai studiat problema tensiunilor mecanice produse de fortele centrifuge într-un disc circular subtire, în rotatie, dând formula corecta pentru tensiunile tangentiale. În alte cazuri, a mai studiat tensiunile termice din cilindrii si sferile goale. Tot J.C.Maxwell a calculat sagetile

unei grinzi simplu rezemate, cu luarea în considerare a efectului forțelor tăietoare. În alt caz, a urmărit și determinat tensiunile mecanice dintr-o placă triunghiulară de sticlă și le-a verificat experimental tot prin fotoelasticitate, obținând izocromatele cu ajutorul luminii polarizate circular. Apoi a determinat direcțiile tensiunilor principale construind familia de izocline.

Dupa cum se vede, J.C.Maxwell a dezvoltat și perfecționat analiza experimentală a tensiunilor prin fotoelasticitate, larg utilizată în prezent, în studiul problemelor plane. Și sa ne gândim, ca a realizat toate aceste lucrări importante în domeniul elasticității, inclusiv al analizei tensiunilor mecanice prin fotoelasticitate, înainte de a fi împlinit 19 ani. În toamna anului 1850 a optat pentru Cambridge, unde și-a continuat studiile. După absolvire Maxwell a rămas la Cambridge și în anul 1855 a fost ales Fellow al Trinity College, abordând domeniul hidrostaticii și opticii. În anul 1856 a fost ales ca profesor al Marischal College din Aberdeen, unde a predat științele naturale, între 1856 - 1860. Aici a elaborat cunoscuta sa lucrare asupra teoriei cinetice, pe care a prezentat-o la British Association, în anul 1859.

În anul 1860, Maxwell a fost ales titular al King's College din Londra, unde a ținut prelegeri de filosofie naturală și astronomie, între anii 1860 - 1865. În această perioadă au apărut și studiile sale în domeniul teoriei structurilor. În ce privește calculul eforturilor din elementele static determinate, Maxwell afirma, ca: "în cazul oricărui sistem de puncte materiale în echilibru, /.../, suma produselor dintre forțele de atracție și distanțele dintre punctele în care acestea acționează este egală cu suma produselor dintre forțele de respingere și distanțele dintre punctele în care acestea se manifestă". J.C.Maxwell nu s-a limitat însă doar la rezolvarea problemelor static determinate, atacând și cazuri mult mai generale. El a arătat, ca în cazul unei grinzi cu zăbrele plane cu "n" noduri, putem scrie $2n$ ecuații de echilibru. Dintre acestea, trei sunt necesare pentru calculul reacțiunilor, celelalte $2n - 3$ putând fi folosite pentru calculul eforturilor din barele fermei (daca numărul lor este $2n - 3$). Pentru un număr mai mare de bare, Maxwell observa ca problema devine static nedeterminată, sistemul trebuind completat cu ecuații care să țină cont de proprietățile elastice ale barelor. El declara: "Am stabilit în acest scop o metodă generală pentru rezolvarea tuturor problemelor de acest gen, în cea mai puțin complicată formă. Metoda rezultă ca o aplicație a principiului conservării energiei, fiind descrisă în "Leçons sur l'Elasticité" a lui Lamé, Leçon 7^{me}, sub denumirea "Teoremei lui Clapeyron", dar în ce mă privește, eu nu am mai văzut până în prezent aplicații detaliate ale ei".

Mai târziu "Metoda Maxwell" a fost generalizată, devenind extrem

de importanta în analiza structurilor static nedeterminate.

Maxwell și-a prezentat însa metoda de rezolvare a sistemelor static nedeterminate într-o forma concisa și ermetica, neînsotita de vreo figura explicativa. Din acest motiv, lucrarea sa a ramas necitata în lucrările ingineresti. Zece ani mai târziu, Otto Mohr a “redescoperit” ecuatia lui Maxwell, punând-o în valoare prin multiple aplicatii din domeniul analizei structurilor. Întrucât metoda și-a gasit aplicatii practice abia dupa aparitia contributiei lui Mohr, ea este numita în mod curent “Maxwell - Mohr”.

Dupa 1865, Maxwell s-a retras la resedinta lui din Scotia, în scopul de a pregati lucrările sale fundamentale asupra caldurii, electricitatii și magnetismului.

Ca urmare a publicarii lucrării lui G. B. Airy asupra deformatiilor grinzilor, Maxwell și-a reconsiderat toate ideile cu privire la reciprocitatea poligoanelor, dezvoltând o teorie generala asupra diagramelor de tensiuni mecanice, în cazul starii spatiale de tensiune. El a aratat, ca solutia generala a ecuatiilor elasticitatii ar putea fi exprimata cu ajutorul a trei functii de tensiune. Aplicându-si teoria problemelor bi-dimensionale, el a conchis ca: “solutiile cazurilor tratate de Mr. Airy, asa cum apar în articolul sau, nu satisfac cu exactitate conditiile deduse din teoria elasticitatii. De fapt, ipoteza deformarii elastice nu este introdusa explicit în cercetarea sa”. Folosind teoria sa pentru o grinda rectangulara simplu rezemata sub sarcina uniform distribuita, el a dedus, ca solutia corecta difera de cea a lui Airy doar în privinta valorii tensiunilor longitudinale, valoarea maxima a erorii fiind $0,314q$, în care q este intensitatea sarcinii.

Tot J. C. Maxwell a sugerat folosirea expresiei energiei de deformatie, în scopul determinarii tensiunilor echivalente ale sollicitarilor compuse. El a aratat, ca energia totala de deformatie pe unitatea de volum poate fi descompusa în energia de deformatie corespunzatoare variatiei de volum și energia de deformatie corespunzatoare variatiei formei corpului. J.C.Maxwell a facut urmatoarea constatare în acest caz: ”Am motive serioase sa cred, ca atunci când energia specifica de distorsiune atinge o anumita limita, elementul începe sa cedeze. Este pentru prima oara când am asternut tocul pe hârtie, asupra acestui subiect. Nu am vazut niciodata o investigatie asupra problemei care urmareste sa determine momentul cedarii, atunci când sunt date deformatiile mecanice dupa cele trei directii ale unui element”. Dupa cum vedem, Maxwell enuntase deja teoria de rezistenta pe care o numim acum “teoria energiei de distorsiune maxime”.

El nu a insistat si nu a revenit însa niciodata asupra acestei probleme, ideile lui devenindu-ne cunoscute doar dupa publicarea scrisorilor lui catre prietenul sau, William Thomson (Lord Kelvin).

În anul 1871 a fost convins să întrerupa retragerea sa în Scotia și să accepte postul de profesor la Cambridge; ceea ce a și acceptat, până la sfârșitul vieții sale, în 1879.

Bibliografie:

- [1] S.Timoshenko (traducere G.Kümbetlian), *Istoria rezistenței materialelor*, Editura AGIR, 2006, ISBN 973-720-062-4.
- [2] Hertz, H., *Gesammelte Werke* vol. III, Leipzig, 1894.
- [3] Boltzmann, L., *Populäre Schriften*, Leipzig, 1905.
- [4] Kirchhoff, G.,R., *Vorlesungen über mathematische Physik, Mechanik*, ed. 2-a, 1877.
- [5] Larmor, J. (Sir), *Origins of Clerk Maxwell's Electric Ideas*, Cambridge, 1937. p.31.
- [6] Campbell, L. și Garnett, W., *The Life of James Clerk Maxwell*, Londra, 1882.
- [7] Niven, W., D., *The Scientific Papers*, Cambridge University Press, 1890.
- [8] *** *The Letters of J.C.Maxwell to William Thomson* Cambridge University Press, New York and Cambridge, 1937.
- [9] *** *Handbook of Experimental Stress Analysis*. New York, 1950.