L.E.J. BROUWER ŞI CUM AR TREBUI SĂ ARATE GÂNDIREA NOASTRĂ

Geo April SĂVULESCU
ageos@clicknet.ro

ABSTRACT. I choose a philosophical talk about the intuitionism in mathematics with the target of the big difficulties that the axiomatic mathematic-logic has nowadays.

In the end of this paper I make a sketch as a possible solution. I don't know if it is a real possible solution because it is hard to decide.

The themes under discussion in this paper has the following parts:

1. As the intuitionistic mathematicians said and says the mathematics is independent from the logic. That means logic couldn't be a fundament, a basement, for the mathematics. It is an important restriction.

2. The mathematical – logic is useless for our thought as long it has the arrogance to be Universal. The mathematical logic can be useful if it is partially delimitated in its use as the Boolean logic does in computers.

3. If we use the Occam's razor we may say that logic – in its bright understanding – can be useful to our mind by being closer to the ontological point of view. The nude (pure) truth without To on as a basement is an illusion to be avoided.

Momentul Brouwer în matematica şi în logica contemporană este foarte important. Ne fiind matematician nu mi-am permis să studiez matematica propusă de Brouwer şi de elevii lui iar încercările de a construi sisteme formale intuiţioniste (Kolmogorov, Heyting şi mulţi alţii) nu m-au atras. Am avut şansa de a avea, totuşi, la dispoziţie cărţile filosofului Alexandru Surdu; *Elemente de logică intuiţionistă* şi …[1]la care se adaugă mai noul volum de *Cercetări logico-filosofice*[2]. Primele carţi sunt urmarea unei burse de studiu, chiar în inima intuiţionosmului, pe care, actualul profesor Alexandru Surdu, membru al Academiei Române, a efectuat-o în Olanda în anii 70, aşa că am să folosesc informaţiile, foarte valoroase, pe care aceste cărţi ni le pun la dispoziţie. Am avut norocul de a şti de aceste cărţi şi de a le avea pentru că în acea perioadă amândoi îl vizitam pe filosoful Constantin Noica unde, uneori, ne mai şi întâlneam. Îmi cer scuze pentru bogăţia de citate de care nu m-am putut lipsi.

Este foarte interesant că intuiţionismul lui L.E.J. Brouwer are influenţe din partea gânditorilor francezi, Descates, Poincaré (contemporan cu Cantor – a fost primul care a avut mari rezerve asupra axiomatizării teoriei mulţimilor şi a considerat matematica independentă de orice logică), din partea lui Kant şi Hegel, din partea lui Berkeley, dar şi din partea gândirii indiene.

Brouwer scrie în 1907 şi în 1908 despre *Caracterul suspect al principiilor logice*. El este de părere, ca şi Poincaré „că paradoxele logico-matematice sunt nişte *erori*, din cauza identificării logiciste a matematicii cu logica. Meritul lui Brouwer constă în aceea că a identificat… confuzia dintre actul construcţiei matematice şi limbajul matematic".[3] Mai mult, „O interpretare a matematicii presupune, după Brouwer, o teorie matematică *anticantoriană,* iar o interpretare corectă a logicii presupune o teorie antilogicistă. Punctul central al matematicii intuiţioniste, pe baza căruia pot fi infirmate tezele matematicii cantoriene, îl constitue aşa numita *teorie intuiţionistă a continuului…*

Determinaţiile spaţiale ale continuului aritmetic cantorian permit interpretarea succesiunilor de entităţi matematice drept succesiuni *actual* infinite"[4], sau după cum scrie Pointcaré în *Science et méthode* „ …. regulile obişnuite ale logicii ar putea fi aplicate la colecţii infinite numai în cazul în care acestea ar fi *imuabile.* Or, în domeniul infinitului există cazuri în care nu se petrece aşa ceva"[5], „pe când determinaţia temporală nu permite decât o interpretare *potenţial* infinită a

---

1 Alexandru Surdu, *Elemente de logică intuiţionistă,* Ed. Academiei, Bucureşti, 1976.

2 *Idem, Cercetări logico-filosofice,* Ed. Tehnică, Bucureşti, 2008.

3 Alexandru Surdu, *Elemente de logică intuiţionistă, Ed. Academiei, Bucureşti,1976,* p. 12.

4 *Ibidem,* p.12 şi urm.

5 *Apud* Alexandru Surdu, *Cercetări logico-filosofice,* Ed. Tehnică, Bucureşti, 2008, p. 5.

succesiunilor de entităţi matematice. În termeni aristotelici, elementele continuului cantorian sunt *concomitente,* deci *date* simultan; elementele continuului brouwerian nu pot fi decât *consecutive*, deci *urmând* să fie date. … *logica nu are pretutindeni (în filosofie, artă, ştiinţe) aceeaşi valoare…* Brouwer constată că *nu toate* principiile logice sunt suspecte. Suspect este principiul terţului exclus, urmat de legea dublei negaţii. Aceasta nu înseamnă că principiile în discuţie *ar fi false*, ci doar faptul că *valabilitatea lor* ***nu este universală****. … În domeniul transfinitului principiile în discuţie nu sunt* ***universal valabile*** *… toate paradoxele în discuţie au la bază admiterea valabilităţii* ***universale*** *a legii terţului exclus*"[6]. Am subliniat de trei ori universalul deoarece aici este un moment foarte important care, în timp, de la Aristotel la noi, a cam fost uitat. Logica lui Aristotel se voia modelarea gândirii umane acoperind universalul uman. De aceea legile date de el, cea a Identităţii, a Non-contradicţiei şi a Terţului exclus, ţinteau toate universalul. Cu toate acestea, aşa cum ne spune şi Alexandru Surdu „ … *Aristotel este primul care pune la îndoială valabilitatea universală a unor principii ca: identitatea, non-contradicţia şi terţul exclus*"[7]. Noi am dori în toate situaţiile în care creierul nostru, mintea noastră, sunt puse să lucreze, să gândească şi să se exprime în vorbă sau în scris, să avem o legalitate invulnerabilă. Se pare că aşa ceva este puţin cam greu de realizat fără nişte delimitări.

Această nevoie de a folosi principalele legi ale logicii a fost respectată de toţi logicienii care au deschis drumul axiomatizării logicii formale, de către Frege, Peano, Russell, Hilbet până la splendida construcţie a teoriei mulţimilor pe care o datorăm lui Cantor. Chiar dacă răuvoitori au atacat-o în epocă, Zermelo a construit axiomatica aceste teorii care ia dovedit corectitudinea. Este adevărat că Poincaré a avut rezerve asupra teoriei mulţimilor care dorea să fundamenteze matematicile. Pentru Poincaré, după cum am mai spus, matematica era o ştiinţa independentă care nu-şi putea avea fundamentul în logică. Majoritatea matematicienilor este încă fermecată de matematica mulţimilor transfinite, de numerele transfinite, de demonstraţiile propuse de Cantor.

Cu Brouwer s-a întâmplat altceva. El a fost primul care, am văzut mai sus, în epoca contemporană, a suspectat lipsa de universalitate a

---

6 *Idem, Elemente de logică intuiţionistă,* Ed. Academiei, Bucureşti, 1976, p. 13 şi urm.

7 *Idem, Cercetări logico-filosofice,* Ed. Tehnică, Bucureşti, 2008, p. 90.

legilor logicii. Amintim că Aristotel se întreba dacă ele au o valabilitate universală? Dacă aceste legi ale logicii puteau fi aplicate în orice moment la orice gând omenesc? Este adevărat că în secolul XVII Newton şi Leibniz au încălcat legile logicii construind analiza matematică, calculul diferenţial şi integral. Analiza matematică a avut un succes răsunător pentru că răspundea nevoilor practice ale inginerilor şi ale oamenilor de ştiinţă aşa că pe nimeni nu a deranjat încălcarea logicii. Analiza matematică a răspuns la marea problemă a mişcării libere a unui corp în spaţiu, aşa cum o să vedem mai departe, şi a răspuns la toate problemele tehnice până atunci nerezolvabile, de la mişcarea astrelor (chiar dacă pentru distanţele mari Einstein a introdus o corecţie) până la deplasarea trenurilor sau a automobilelor cu viteze variabile. Analiza matematică este o construcţie care are universalitate. Brouwer ne-a atras primul atenţia, repet în epoca modernă, că legile logicii nu au universalitate şi aceasta într-o perioadă în care logicile axiomatizate, formalismul, matematicile, aveau o evoluţie explozivă care s-a concretizat în tehnica computerelor. Nu a fost puţin. Nu numai faptul că matematica nu are nevoie sa fie fundamentată de logică dar şi limitarea valabilităţii legii terţului exclus la colecţii finite ca şi reconstrucţia matematicilor pe aceste principii este, poate, tot ceea ce ne-a adus, mai important, Brouwer.

Curând, în 1931, a apărut demonstraţia lui Gödel, demonstraţie care a creat dificultăţi sistemelor formale deoarece afirma că într-un sistem formal există o propoziţie indecidabilă, „ Demonstraţia lui Gödel a pus în evidenţă faptul că în orice sistem formal de tip logicist este posibil să apară propoziţii *formal* nedecidabile, adică propoziţii care nu se dovedesc nici adevărate nici false. Dar aceasta înseamnă că, în aceste cazuri, *nu mai este valabilă legea terţului exclus* – tocmai ceea ce Brouwer a susţinut cu două decenii mai înainte”[8]. Teorema lui Gödel este: „*În orice clasă de formule necontradictorii există propoziţii nedecidabile. …* Această concluzie, de o importanţă capitală pentru sistemele logice şi matematice formalizate, a fost reluată şi demonstrată prin metode simplificate de mulţi logicieni şi matematicieni.”[9] Nedecidabilitatea demonstrată de Gödel, la care se adaugă logicile polivalente pornite din Logica trivalentă a lui J. Lukasiewicz – aşa

---

[8] *Ibidem*, p. 91.

[9] Anton Dumitriu, *Istoria logicii, Ed. didactică şi pedagogică,* Bucureşti, 1969, p. 816.

numite *logici nechrysipiene* (după stoicul Chrysipos, cum ne spune Anton Dumitriu, stoicii fiind cei mai aprigi apărători ai universalității legilor logicii în antichitate) au dat un ajutor incomensurabil intuiționismului matematic, Brouwer devenind o personalitate.

Am impresia că aceste afirmații au fost o adevărată revoluție în gândirea europeană fapt motivat şi de faptul că după 1930 unii din cei mai importanți matematiciemi ai epocii, începând cu Heyting, au făcut eforturi sau chiar au realizat construcții matematice pornind de la principiile lui Brouwer şi chiar o logică formalizată care respecta principiile introduse de Brouwer. Lumea logicii şi a filosofiei nu a fost prea mişcată de acest adevărat cutremur cu acțiune întârziată, indiferență ce poate fi explicată şi de faptul că lumea matematicii şi a matematicienilor este destul de izolată – accesul în acest domeniu cere nişte eforturi speciale şi susținute – dar şi refuzului lui Brouwer de a amesteca filosofia în matematici, refuzul exprimării verbale a principiilor matematicii intuiționiste, chiar refuzul unor explicații folosind cuvinte în locul sau în completarea unor expresii matematice, neîncrederea lui în limbajul natural. Brouwer considera că expresiile matematice reprezintă gândirea corectă, limbajul natural poate introduce greşeli, putând falsifica aceste expresii.

Atenție! Noi folosim aici limbajul natural, asta înseamnă că încălcam principiile lui Brouwer. Să nu uităm că Heyting a încălcat principiile lui Brouwer când a construit o logică intuiționistă formală şi Platon, la rândul lui, a încălcat disprețul lui Socrate pentru cuvântul scris când a scris dialogurile socratice.

Să ne reluăm analiza intuiționismlui. Îmi cer scuze cititorului, doresc să mă exprim cât mai clar posibil dar este foarte greu când sunt obligat să rup alte texte şi să le folosesc pe bucățele, bucățelele pe care le-am ales cu grijă dar cu mare dificultate.

Cer permisiunea să mă opresc puțin asupra teoriei intuiției care a dat şi numele intuiționismului. Amintind că matematica este independentă de logică punctul de vedere a lui Brouwer este următorul: „Esențial este faptul că în matematica intuiționistă nu sunt admise decât entitățile matematice şi operații cu astfel de entități, care pot fi construite intuitiv, fie direct fie indirect. … Metoda constructivă nu presupune construcția *da capo al fine* a oricărei probleme matematice. Numai primele numere pot fi construite intuitiv, restul se obține prin *repetarea* primelo*r* construcții sau prescurtat prin indicarea unei *metode de* *construcție.* Repetarea … nu este sterilă, căci permite surprinderea intuitivă a unor legități, cum este de exemplu *principiul inducției complete.* … Construcția intuitivă reprezintă *garanția existenței matematice.* Ceea ce nu poate fi construit (mediat sau imediat) pe cale intuitivă este considerat ca *lipsit de sens*. Unul din scopurile matematicii intuiționiste este acela de a *curăța* matematica clasică de aceste *nonsensuri.* Este vorba de ceea ce formaliştii numesc „mutilarea" matematicii. Nonsensurile pot fi … infinitățile actuale ale lui Cantor, respectiv numerele transfinite, cărora nu le corespunde nici o construcție intuitivă … propoziții ce descriu infinități actuale, axioma alegerii, a compoziției, felul formalist de a interpreta continuul etc. şi legi ca *terțium non datur, negațio duplex,* în fine, *inferențe* sau *raționamente ideale,* fie pentru faptul că operează asupra unor concepte sau propoziții ideale, fie pentru că sunt aplicate fără restricții la domenii în care valabilitatea lor este relativă (*reducțio ad absurdum).*"[10] Cât de mult seamănă această constructivitate cu ceea ce ne-a rămas de la Pitagora; monada ne este dată (intuitiv la Brouwer), se multiplică, se dedubleză, în diadă iar celelalte numere sunt o construcție între monadă şi diadă. Este adevărat ca la Brouwer numerele sunt *in mente*, la Pitagora ne sunt date ele având o realitate ce ne transcende.

Poate că este bine să fiu mai explicit în ce priveşte diferențele între continuul cantorian şi cel propus de Brouwer motiv pentru care revin; „… continuul cantorian este concomitent şi în contact. Asta înseamnă că putem da, în mulțimea numerelor naturale, atât primul cât şi ultimul element… Spre deosebire de acesta, continuul intuiționist este doar „ceea ce poate fi consecutiv" – simpla scurgere a timpului. Aceasta determină caracterul lui de *infinit potențial.* Într-adevăr, nefiind concomitente, înseamnă că elementele continuului intuiționist nu sunt date simultan; nefiind în contact, înseamnă că fiind dat primul element nu este dat prin aceasta şi ultimul…"[11]. Prin aceasta artificiul demonstrativ a lui Cantor, făcut pentru a arăta valoarea finitului pentru infinit, prin care ia numărul 1, din mulțimea numerelor naturale, şi-l adaugă la sfârşitul acestei mulțimi infinite a numerelor naturale, creând astfel o altă mulțime infinită, nu mai poate fi acceptat. Mulțimea

---

[10] Alexandru Surdu, *Elemete de logică intuiționistă,* Ed. Academiei, Bucureşti 1976, p. 17–18.

[11] *Idem, Cercetări logico-filosofice,* Ed. Tehnică, Bucureşti, 2008, p. 188.

numerelor naturale trebuie construită iar capătul ei nu poate fi atins. La fel este cu cel mai mare număr prim. El nu poate fi construit deci nu ştim care este acest *cel mai mare număr prim.*

În ceea ce priveşte numele de intuiţionism, Brouwer a încercat să fie cât se poate de clar la Congresul de filosofie de la Amsterdam, în 1948[12] „… când încearcă să pună la baza ontologiei conştiinţa individuală, mai mult chiar *propria* lui conştiinţă. … ar fi iniţial … în subiectivitatea pură din care nu poate ieşi decât prin autodepăşirea de sine … care este … *senzaţia*. Acesta este primul pas către *obiectivare, …* transformându-se în subiect şi obiect … G.F.C. Griss porneşte de la *unitatea* subiect-obiect, considerând imposibilă existenţa independentă a unuia dintre cei doi termeni, termenul fundamental fiind şi de această dată subiectul. … evită *solipsismul …* postulând un fel de suflet *universal* pe care-l numeşte chiar *atman.* Griss, ca şi Brouwer, vorbeşte foarte des în termenii filosofiei indiene. Dar aceste concepţii, pur speculative nu au fost adoptate nici măcar de discipolii direcţi, cum a fost Heyting de exemplu, … şi au fost considerate partea cea mai vulnerabilă a filosofiei neointuiţioniste.[13] Sau, reluând tema, cum spune tot Alexandru Surdu în alt loc „ … Heyting accentuează în mod expres asupra caracterului *raţional* al intuiţiei matematice. … ar fi rezultatul unui act de abstractizare … a fenomenelor în succesiunea lor spaţio – temporală … În această accepţie, intuiţia matematică este *a posteriori* faţă de existenţa reală a obiectelor şi a fenomenelor spaţio-temporale … Construcţia intuitivă a numerelor naturale este *primul act intuiţionist.* Ea este completată de un *al doilea act,* prin intermediul căruia este garantată posibilitatea de a genera noi entităţi matematice în forma *succesiunilor de numere* alese dintre cele obţinute deja. … Deviza lor ar putea fi formulată astfel: „Numerele întregi sunt opera minţii umane, ca şi întreaga lume”. …În matematică intuiţioniştii elimină „ornamentele frumoase ca formă, dar goale în conţinut”. Iată cum exprimă A. Markov această cerinţă: „… nu fac parte din majoritatea matematicienilor (logicişti şi formalişti), la care se referă domnul Form(alist), în ochii cărora valorea matematicii intuiţioniste este subminată <în mod fatal> (ce îngrozitor!) de faptul că intuiţionismul distruge rezultatele

12 *Idem, Elemente de logică intuiţionistă,* Bucureşti, Ed. Academiei, 1976, citându-l pe Brouwer, *Consciousness, philosophy and mathematics,* Proc.X th. Inter. Congressof Philosophy, Amsterdam, 1948, p.1243.

13 *Ibidem,* p. 160.

matematice „cele mai prețioase” care trebuie „salvate”. Ce să salvăm şi de ce să salvăm? În mod evident, asupra anumitor rezultate „prețioase” planează o primejdie. La o analiză atentă reiese că aceste rezultate sunt lipsite de conținut şi că toate tentativele de a le interpreta rațional sunt sortite eşecului. … ce mai au ele prețios…?”[14] Până la urmă, toată această luptă pentru a prinde gândirea în scheme sau a o lăsa să evolueze liber, este, după cum spune H. Weyl – citat de Surdu – „Ne aflăm în domeniul acelei străvechi probleme a gândirii, care vizează schimbarea şi devenirea în genere”[15].

Surprinderea realității prin intuiție, cu ajutorul percepției şi a senzației stă la baza logicii indiene pentru care adevărul nu poate fi inferat în mod formal ci sesizat prin percepție sau intuit. Este remarcabil că Brouwer şi-a dat seama că în gândirea indiană se pot găsi premizele unui alt fel de abordare a gândirii noastre europene punând sub semnul întrebării chiar principii logice importante – terțul exclus şi dubla negație. Independența matematicii față de logică ține, de fapt, tot de o neîncredere în logică. „Richard Baldus observă deosebirea esențială dintre intuiționism şi formalism, în ce priveşte tratarea matematicii, şi care constă în aceea că reprezentanții primului consideră ferme si evidente legile simple ale numerelor întregi, care sunt surprinse prin intuiție si care, nu numai că nu necesită o demonstrație, dar sunt chiar nedemonstrabile, pe când reprezentanții formalismului descompun întreaga matematică în relații logico-formale.”[16] Sigur că se poate acuza, că intuiția este un termen vag şi despre care nu se poate spune ceva sigur. Este chiar motivul pentru care cea mai importantă teză intuiționistă este cea a neîncrederii în limbaj atunci când asertează că *matematica pură este o activitate independentă față de limbaj.* Sau cum scrie Surdu „Limbajul în genere este lipsit de exactitate şi de siguranță. „Deci, conchide Brouwer, nici pentru matematica pură nu există un limbaj sigur, adică un limbaj care să excludă înțelegerile greşite şi care să ne ferească de erori … logica nu este un instrument absolut sigur, iar matematica trebuie să fie practicată fără a se recurge la limbaj sau la logică.””[17] Surdu sesizează o legătură a intuiționismului cu logica indiană (bineînțeles fără s-o consemneze ca atare) când ne spune „… cifrele

---

14 *Idem, Cercetări logico-filosofice,* Ed. Tehnică, Bucureşti 2008, p. 185–186.

15 *Ibidem,* p. 190.

16 *Idem, Elemente de logică intuiționistă,* Editura Academiei, Bucureşti, 1967, p. 21.

17 *Ibidem,* p. 47 şi 48.

simple, ca 1,2 , 3,…, cifrele legate prin semne de operaţie, ca 1+2,1×2, sau cifrele care alcătuiesc ceea ce se numeşte de regulă o propoziţie matematică, ca 1+2=3, se consideră că exprimă în egală măsură «adevăruri». Aceasta deoarece fiecare dintre ele exprimă rezultate ale «experienţelor prezente şi trecute ale conştiinţei»”.[18] Este acelaşi fel cu modul de justificare a logicienilor indieni (numai că nu folosesc numere) a percepţiei care ne aduce adevărul sesizat, s-ar putea spune şi intuit. Este ceea ce ne spunea şi Poincaré „Există o realitate mai subtilă care determină realităţile matematice şi care este altceva decât logica”[19]. Este şi ceea ce demonstrează Platon în *Menon,* că sclavul lui Menon, sclav ce nu avea şcoală, poate totuşi rezolva o problemă de matematici.

În încheierea acestui mic, dar util, excurs în intuiţionism aş vrea să reamintesc şi să subliniez că ei – intuiţioniştii – au dorit doar să limiteze aplicarea terţului exclus şi ale dublei negaţii considerând că nu sunt universal valabile – de fapt Brouwer vorbise, după cum am văzut, de *Caracterul suspect al legilor logicii.* Cum spune R. Baldus, „… rezultatele obţinute de intuiţionişti nu sunt altceva decât o clarificare, o desăvârşire a … ceea ce pentru unii matematicieni, probabil destul de numeroşi, era numai un sentiment neplăcut faţă de multe demonstraţii, în special din teoria mulţimilor… intuiţioniştii au căutat fundamentele raţionale ale acestui simţământ şi au ajuns la concluzia «restrângerii» la acele raţionamente care sunt valabile pentru *oricine* şi *oriunde”*[20], ceea ce înseamnă **Universalitate**, universalitate pe care teoria mulţimilor nu o are**.**

Lipsa de universalitate a logicii formale, a logicilor matematice, a fost motivul pentru care Brouwer şi continuatorii lui au pornit şi au continuat lupta împotriva ideii că sistemele axiomatice logice fundamentează matematica. Matematica este liberă de logică, la baza matematicilor nu poate sta nici un fel de logică, indiferent de sistemul axiomatic avut în vedere.

Anton Dumitriu, filosof, logician, matematician, scrie, legat de alegera axiomelor unui sistem axiomatic, în a sa *Istorie a logicii*[21] în capitolul *Consideraţii generale asupra logicii matematice,* subcapitolul

---

[18] *Ibidem,* p. 49.

[19] *Ibidem,* p. 47.

[20] *Ibidem,* p. 22.

[21] Anton Dumitriu, *Istoria logicii,* Editura didactică și pedagogică, Bucuresti, 1969, p. 851 şi urm.

Relativitatea logicii (citându-l pe Rudolf Carnap, *Einführung in die Symboliche Logick,* Viena, 1960): „După concepția tradițională era necesar ca axiomele să fie evidente. După concepția modernă, această condiție nu mai este cerută și propoziții arbitrare pot fi luate ca axiome" amintind ce spunea Alfred Tarki (*Sur la méthode déductive*, Traveaux du Congrés Descartes, Paris, 1937) că alegerea ințială a simbolurilor primitive şi a axiomelor este mai degrabă făcută din motive de ordin practic, didactic şi chiar estetic. „Dar o asemenea concepție privează de orice justificare … alegerea punctului de plecare şi această lipsă de fundament logic al începutului unui sistem afectează sistemul întreg"[22] şi aminteşte că „*Teza relativității logice – relativity of logic* – cum o numeşte Beth (*The foundation of Mathematics*) … este susținută de mulți logicieni, ca de exemplu, C.I. Lewia, H. Hahn, R. Carnap, L. Rougier etc. … fiindcă admit că sistemul formal al logicii poate fi construit în diverse moduri, iar oricare din modurile de construcție ale sistemelor logico-formale este adoptat în mod convențional. … Alonzo Church (*Introduction to Mathematical Logic,* New-Jersey, 1956) numeşte aceste diverse sisteme ale logicii propoziționale „formulări diferite", ele fiind echivalente între ele"[23] și dă o listă de asemenea sisteme logice complete, echivalente.

Consecințele acestei relativizări ale logicii sunt analizate de Anton Dumitriu care a dat şi o soluție a paradoxelor logice. El consideră aceste consecințe ca fiind foarte grave:

„*1. Noțiunile întregului sistem formal sunt reciproc definisabile, adică sunt definisabile unele prin altele, … prin urmare spun tot timpul acelaşi lucru.*

2. *Formulele adevărate ale sistemului (tautologii sau teoreme) putând fi demonstrate unele prin altele, rezultă că demonstrația lor este circulară și deci vicioasă"*[24].

Aduce aminte că Aristotel în *Analiticele secunde* discută această obiecție. Pentru a evita *regressus in infinitum.* Stagirutul cere să ne oprim la principii, care trebuie să existe, chiar dacă ele nu pot fi demonstrate. Aceste principii trebuiesc cunoscute altfel decât prin demonstrație care este imposibilă dacă nu vrem să cădem în dogmatism sau în relativism.

---

22 *Ibidem,* p. 854.
23 *Ibidem,* p. 854.
24 *Ibidem,* p. 856.

„Ludvig Wittgenstein a sesizat gravitatea acestei situații ale sistemelor de logică formală. … În logică procesul şi rezultatul sunt echivalente (Prin urmare nicio surpriză). … În aceste condiții, deoarece demonstrația nu poate aduce nimic nou rezultă că *„logica poate fi concepută în asemenea mod că fiecare propoziție este propria sa dovadă. Fiecare tautologie arată singură că este tautologie”* … Wittgenstein a ajuns la concluzia lui Aristotel: nimic nu este justificat decât prin el însuşi, dacă A este, A este. El contestă că logica este o „teorie” sau un „sistem” şi deci contestă acest caracter logicii lui Frege şi Russel (şi prin aceasta a oricărui sistem formal al logicii), bazându-se pe faptul că acest „sistem” începe de la câteva propoziții care „trebuie să arate fără demonstrație că sunt tautologii*”*[25].

De aceea să nu ne mire că Rudolf Carnap va spune „… logica nu este decât un limbaj şi „fiecare poate să-şi construiască logica sa după cum îi convine”. În logică nu există morală – *in der Logik gibt es keine Moral.* … Această libertate de a alege «logica sa», care devine o libertate completă de a alege convențiile în baza cărora se construieşte un sistem logic şi de a ne exprima în acest sistem, este enunțat de Carnap ca «principiul toleranței». … Singura obligație care mai rămâne pentru acela care îşi alege liber «logica sa», sau după expresia lui Carnap «o limbă logică», este de a ne spune clar, dacă vrea să discute cu noi, cum vrea să procedeze, adică cum îşi construieşte limbajul său în mod sintactic. … Rezultă din această discuție că acei care acceptă sistemul formal al logicii, construit în mod relativ, aşa cum am arătat, acceptă într-un mod implicit, *principiul convenționalismului* în logică …”[26].

Poate că aici putem să ne tragem puțin respirația, împreună desigur, pentru că am obosit după atâtea citate. Regret, nu am ce face. Ceea ce alții spun foarte bine nu are rost să inventez. De aceea vă spun că voi mai folosi citate de câte ori va fi nevoie. Să continuăm a respira puțin ca să putem gândi, în continuare, împreună.

Toată această degringoladă, o reală neîncredere în sistemele formale chiar cele cu o aparență matematică, pare o consecință a neîncrederii anunțate de Poincaré si de Brouwer la răscrucea între secolii XIX şi XX. Pe ei îi interesa matematica. „*Matematica nu are nevoie să fie*

---

25 *Ibidem,* p. 957–858.

26 *Ibidem,* p. 859.

fundamentată logic", este bine s-o spunem de foarte multe ori, neîncrederea în principiile logice, neîncrederea în sistemele formale ale logicii, neîncrederea în logică. Poate că atitudinea lui Lucian Blaga, tot la început de secol XX, merge pe același drum atunci când scrie *Eonul dogmatic*. Poate că în aerul acelui început de secol plutea această neîncredere în logica de şcoală, poate în mintea unor spirite, în inconştientul lor exista o presiune, la început de a elibera matematica de sub tutela logicii, apoi de a da o nouă înfățișare logicii, o logică mai aproape de gândirea noastră. La aceste concluzii ajunge şi Anton Dumitriu când declară că „ … sistemele formale ale logicii … au pierdut contactul cu subiectul pe care voiau să-l studieze, adică procesele gândirii …[27]

Este evident ceea ce spuneam anterior pentru că A. Mostovski, citat de Anton Dumitriu, scrie „… încercarea de a stabili fundamentele matematicilor cu ajutorul unui *limbaj* lipsit de orice interpretare (sau a unui *limbaj* a cărui interpretare devine posibilă numai în cursul întrebuințării lui) este astăzi considerată ca un eşec complet"[28] E.W. Beth, citat tot de Anton Dumitriu, după ce scrie că logica matematică a fost dezvoltată ca o teorie riguroasă a raționamentului, mai scrie: „Ca atare reiese că ea se ocupă în primul rând cu limbajul. Pentru scopurile logicii un limbaj poate fi suficient caracterizat prin regulile lui sintactice si semantice. Aceste reguli sunt foarte complicare pentru limbajul obişnuit. … Oricine are o «cunoştință intuitivă» a regulilor sintactice şi semantice ale limbii sale materne. Dacă se încearcă să se fixeze aceste reguli, rezultatul se revelează repede ca fiind inadecuat."[29] În final de capitol, citându-l pe René Poirier (*Le nombre,* Paris, 1937), conclude asupra raportării unui discurs logic la problema filosofică a adevărului şi falsului, de care nu se poate eschiva până la urmă, este vorba de adevărul şi de falsul perceput care poate da valoare tautologiilor logicii. „Cu alte cuvinte vom spune că nici un sistem de algebră booleană sau lukasewiczeană nu poate ajunge la o «interpretare» de «sistem logic», dacă în prealabil nu s-a precizat statutul ontologic al adevărului şi cu aceasta al falsului şi al raportului lor reciproc".[30]

---

27 *Ibidem,* p. 860.
28 *Ibidem,* p. 862.
29 *Ibidem,* p. 863.
30 *Ibidem,* p. 865.

Care este criteriul adevărului? Sunt multe criterii dar dacă le simplificăm putem rămâne la două: Există un adevăr logic, formal, dacă procedăm conform cu legile logici, cu axiomele şi cu teoremele într-un sistem axiomatic şi cu care ne învârtim în cerc în jurul adevărului şi al falsului. Criteriu, care am văzut, după părerea multor logicieni importanți, nu aduce nimic nou rezumându-se la un transfer circular, al tautologiei, al adevărului, un adevăr convenție. Un alt criteriu, care este ontologic, pleacă de la percepție şi ajunge la gândire (gândire ce poate fi şi creativă, inventivă, fiind aducătoare de noutate), este criteriul unui adevăr legat de realitate, de ceea ce este, poate de „ființă".

Scopul meu în aceste pagini nu este de a mă opri asupra acestor criterii. Am dorința fierbinte, pe cât voi putea, să rămân în domeniul logicii. Important ar fi dacă, împreună, am putea să ne dăm seama care este importanța legilor logicii, a logicii în general. Câtă dreptate are Carnap când vorbeşte despre relativizarea logicii? Cam ce ar însemna o astfel de relativizare? Să aruncăm totul la gunoi şi să trăim după bunul plac? Sau să păstrăm tot ce este bun şi să punem limite interpretărilor? Ce fel de limite? Brouwer a propus astfel de limite. Poate mai sunt şi altele.

Filosofii se întreabă ce înseamnă a gândi şi Heidegger a dat un răspuns, fiind preocupat de această temă, răspuns care ne poate cuceri. Noi oamenii am fost creați pentru a trăi, a supraviețui într-o lume ce este în continuă schimbare. Şi noi ne schimbăm, în fiecare minut, în fiecare oră, în fiecare zi, suntem, fiecare din noi, un alt om diferit de cel dinainte. Totuşi, pentru a supraviețui noi suntem dotați cu gândire şi gândirea are ceva în ea ce rămâne constant. Omul primitiv gândeşte ca şi noi chiar dacă el interpretează altfel realitatea, omul din vechime gândea şi el ca şi noi iar omul viitorului va gândi tot astfel. Ce este, aici, în gândirea noastră, constant? Noi numim asta *logică*.

Este adevărat, gândirea noastră poate greşi, poate avea defecte, putem fi *nebuni*. Dar suntem şi minunați. Uitați-vă în jur la toate realizările umanității (atunci când nu se ucid intre ei – sau chiar şi atunci) care sunt formidabile. Se puteau realiza ele fără gândire? Nu! Cum s-a putut construi sfinxul? dar piramidele din Egipt, din Guatemala din Mexic? Cum s-au construit, în evul mediu, catedralele gotice? Dar, mai târziu, marile domuri din Florența, din Roma, Milano, de aiurea? Toate, şi multe altele sunt făcute cu inteligență umană, cu gândire umană, cu creativitatea omului care gândeşte bine, chiar foarte bine!

Hai să vedem împreună cam cum arată gândirea noastră. Hai să vedem de ce gândirea noastră are ceva peren în ea. Ceva ce se schimbă oricând şi după anumite reguli dar rămâne aceeaşi, chiar şi mintea noastră rămâne aceeaşi. Să vedem ce înseamnă această schimbare, această dinamică a gândirii care, totuşi, rămâne aceeaşi. Până la urmă am impresia că totul depinde de structura intimă a fiecăruia dintre noi, de structura intimă a gândirii noastre, aşa cum ne spune Lucian Blaga. În mare totul rămâne la fel, în intimitatea gândirii noastre, în categoriile inconştientului, totul poate fi diferit. Avem o *matrice stilistică* care poartă în ea caracteristicile umanității dar şi alte caracteristici ce pot ajunge chiar la o individualizare. Unii preferă să gândească fiind strânşi în chingile unei legalități care le dau impresia de corectitudine, „dacă respect legile gândirii nu pot greşi în ceea ce gândesc!". Da. Poți avea o gândire corectă dar sterilă. Alții preferă să gândească liber, fără constrângeri, să folosească legile gândirii în anumite domenii, motiv pentru care îşi pun limite gândirii şi legile gândirii răspund corect în aceste domenii limitate.

Mai sunt unii care simțind nevoia constrângerilor legale care țintesc şi universalitatea. Aceştia pot ajunge oricând în dictatură sau în dictat. În dictatură pot eşua dacă, într-un anumit moment îşi dau seama de lipsa de universalitate a gândirii lor pe care nu pot s-o accepte. Este şi acesta un fel de orbire văzând bine cu ochii. Ce dreptate avea Canetti în *Orbirea,* folosind metafora orbirii pentru imposibilitatea unora de a trăi realitatea.

Există şi un pericol. Noi care gândim putem greşi. Nu e periculoasă greşeala ci persistența în greşeală. Mai mult, nu e atât de periculoasă gândirea greşită ci neîncrederea pe care o poți căpăta greşind. Dacă mergând pe o cale regală a gândirii te împiedici de greşeli din cauza unei evidente lipse de universalitate, dacă nu-ți poți împărți gândirea în sectoare – după importanța fiecărui gând – poți ajunge uşor la neîncrederea a ceea ce gândeşti. Este bine să depăşim limitele posibilului cu gândirea noastă dar să nu ne împiedicăm în greşeli, să le trecem doar la arhivă. Altfel te poți speria şi frica te face să nu mai ai încredere în gândire, poate chiar să-ți îmbolnăveşti gândirea. Şi mai mult. Începi să sădeşti propria ta neîncredere şi în mințile altora. Astfel se poate ajunge la un fel de neîncredere generalizată şi să-ți pui problema relativității logicii. Cam aici suntem acum.

De ce am spus că momentul Brouwer în gândire este foarte important? Pentru că Brouwer ne spune, încă din 1907, că „ … intuiția este o formă a „persistenței în schimbare” şi a „ unității în diversitate”[31]. Sigur că este un gând hegelian aici, şi nu numai a lui Hegel, dar asta ne cere ca în gândire să avem o maleabilitate necesară unei gândiri libere ce este singura care poate fi plină de creativitate. Mai ne spune ceva. Să nu ne speriem, ceea ce încercam să spun puțin mai înainte, pentru că logica e perenă şi are, în anumite condiții şi în anumite limite, universalitate (limitată dar tot un fel de universalitate din moment ce este pentru noi toți) prin restrângerea aplicabilității ei pe porțiuni ea capătă universalitate. Nu este o contradicție, dar s-o lăsăm pe altdat'. Prin logică înțelegem şi legile logicii, inclusiv „terțul exclus”. Nimic nu este de aruncat dacă ştim mânui limitarea necesară.

Ce ar mai putea să însemne această limitare a gândirii sau cu putem pune limite gândiri fără a o limita. Nu este un joc de cuvinte contradictoriu. Gândiți-vă doar că putem introduce limite în gândirea noastră fără a o limita. Cum?

Vă rog să vă imaginați o piramidă sau, pentru moment, doar un triunghi piramidal. În vârful lui să gândim toată gândirea noastră liberă – s-o notăm cu M. Ea poate alerga în orice direcție dar, desigur, va alege, aşa cum o facem de fiecare dată, o anumită direcție, un anumit interes, să-l notăm cu A1 şi să spunem că restul gândirii noastre, luat împreună fără nici un discernământ, este complementar lui A1, să-l notăm cu C A1. Dar gândirea noastră M are nevoie să intre ceva mai adânc acolo unde ne-am îndreptat, adică în A1. De aceea vom lua numai o parte din A1, pe care s-o notam cu A2 iar complementara, din gândirea noastră, față de acest A1 s-o notăm cu C A2, complementul lui A2 față de A1.

După cum vedeți am şi făcut două limite, schematic, în gândirea noastră de la un moment dat. Am limitat gândirea fără ca prin această limitare s-o limităm. Ea rămâne la fel de liberă în complementele (dacă preferați în complementarele) ei. Se poate oricând opri şi alege un alt drum aşa cum poate, foarte bine, să rămână pe primul drum ales şi să continue să se adâncească, să-şi caute interesul ei, să cunoască cât mai adânc. Gândirea poate să se întoarcă la acea piramidă imaginară, adică noi ne putem întoarce la acea piramidă şi să alegem orice direcție vrea gândirea noastră să ia alegând alte diferite obiecte şi complementarele

---

[31] Alexandru Surdu, *Cercetări logico-filosofice,* Ed. Tehnică, Bucureşti, 2008, p. 185.

lor. Într-adevăr aşa de complicată, poate mult mai complicată, este gândirea noastră cu drumurile ei care introduc limite, limite care nu limitează – aşa cum scrie Constantin Noica într-un comentariu la categoria *limitei* pe care Kant a introdus-o – repet, care nu limitează de loc gândirea.

Pare un joc dar este un posibil model de gândire. La fiecare nivel orice lege logică poate funcționa, identitatea, contradicția și terțul exclus – universalitatea terțului exclus, după cum vedeți, este limitată – gândirea rămânând liberă, însă logica va rămâne limitată ca să poată funcționa și ea liberă între limitele date.

Nu mai este loc de relativism şi de relativitate ci numai de relații între nivele de libertate bine sau corect limitate, fără posibilitatea de aluneca, din greşeală, de la un nivel la altul.

Ştiu că matematicienii au creat modele ale gândirii, eu vă prezint acest model care este un alt posibil model al acestei gândiri, un model laticeal – ce să fac tot matematic – chiar dacă, sau poate tocmai, pentru că mă pricep foarte puțin la matematici.

Recunosc că tema ar trebui de aici să se dezvolte. Ar fi o alta tema și de aceea vă propun s-o facem altă dată.