

MAXWELL ȘI MOHR – DOI MECANICIENI CELEBRI UNIȚI PRIN DESTIN

Garabet KÜMBETLIAN¹

kumbetg@yahoo.com

ZUSAMMENFASSUNG: Maxwell war ein besonderer Mathematiker, und Physiker. Seine Arbeiten in Elastizität und Festigkeitslehre sind von grosser Bedeutung. Leider, wegen ihrer abstrakter Ausdrückung sind sie lange Zeit den Ingenieuren unbekannt geblieben. Mohr hat sie verarbeitet, sodass sie auch den Ingenieuren und Fachmännern bekannt wurden.

KEYWORDS: Maxwell, Mohr, Elasticity, Strength of materials, Mechanical analysis.

1. James Clerk Maxwell (Edinburgh, 1831-Cambridge, 1879)

J.C. Maxwell și-a început educația școlară în anul 1841 la Edinburgh Academy, unde a studiat până la vârsta de 16 ani, în anul 1847. Când în anul 1844 a început studiul geometriei, aptitudinile sale în domeniul matematicilor au devenit evidente. În anul 1845 (la vârsta de 14 ani), i s-a decernat medalia pentru matematici. Tatăl său îl ducea adeseori la întrunirile de la Edinburgh Society of Arts, precum și la Royal Society. Curând, J.C. Maxwell a început să-și prezinte propriile lucrări în plenul acestor „forumuri”. Metoda propusă de el pentru generarea practică a elipselor a fost prezentată de profesorul James David Forbes (1773–1828) în plenul Royal Society, lucrarea fiind publicată în anul 1846 în Proceedings of Royal Society din Edinburgh [4]. În primăvara anului 1847, Maxwell a avut acces în laboratorul geologului William Nicol (1768–1851), inventatorul prisme de polarizare. Cu acest prilej Nicol i-a dăruit niște prisme, cu ajutorul cărora a construit un aparat, pe care l-a folosit mai târziu pentru analiza fotoelastică a tensiunilor mecanice.

În toamna anului 1847, Maxwell a devenit student la Edinburgh University. Aici frecventa cursurile de fizică și științe naturale ale

¹ Prof. dr. ing., membru titular al Academiei de Științe Tehnice din România; membru al Diviziei de Istoria Științei a CRIFST al Academiei Române.

profesorului Forbes, în paralel cu preocupările lui experimentale privitoare la lumina polarizată. Într-o scrisoare din anul 1850, el scria unui prieten: „În momentul de față posed noțiuni cu privire la răsucirea sârmelor și barelor..., cu privire la relațiile dintre constantele optice și mecanice ale materialelor și cu privire la podurile suspendate și la comportarea fibrelor elastice”.

În anul 1850 a prezentat în cadrul Royal Society din Edinburgh lucrarea „*On the Equilibrium of Elastic Solids*”

[3]. În această lucrare, autorul stabilea pentru prima oară ecuațiile de echilibru pentru corpurile izotrope, doar cu ajutorul a două constante elastice [1], [2]. În scopul verificării rezultatelor sale teoretice, Maxwell începea să întreprindă un lung șir de experimente cu ajutorul fotoelasticității, folosind ca material pentru obținerea luminii polarizate un gel de mică turnat la cald, în forme potrivite. Maxwell vizualiza imaginile colorate corespunzătoare stărilor de tensiune, obținute prin transparență, copiindu-le cu ajutorul acuarelelor [3]. În felul acesta a verificat o mulțime de situații practice, rezultate ca urmare unor solicitări, asupra unei întregi mulțimi de corpuri. Astfel, de exemplu, studiază răsucirea barelor de secțiune circulară, determinând valoarea modulului de elasticitate transversală (G), comportarea cilindrilor și sferelor goale sub acțiunea unor presiuni uniforme, încovoierea pură a grinzilor de secțiune dreptunghiulară, luând în considerație presiunile dintre fibrele longitudinale (ca efect al curbării grinzii), încovoierea plăcilor circulare sub sarcini uniform distribuite, comportarea discurilor în rotație, etc. Maxwell a mai efectuat studii asupra tensiunilor termice din cilindri și sferile goale, independent de cele întreprinse în aceeași perioadă de Jean Marie Constant Duhamel (1797–1872), și a calculat săgețile unei grinzi simplu rezemate, ținând cont de efectul forțelor tăietoare. Pe linia preocupărilor legate de fotoelasticitate, Maxwell a mai studiat și tensiunile care apar într-o placă solicitată la răsucire. Izocromatele obținute de el prin calcul,



Fig. 1 – James Clerk Maxwell
(13 iunie 1831–5 noiembrie 1879)

le-a obținut apoi și pe cale experimentală. S-a ocupat apoi de tensiunile dintr-o placă triunghiulară, din sticlă, solicitată la încovoiere. Cu ajutorul fotoelasticității a obținut câmpul de izocromate, pe baza cărora a desenat apoi familiile de izocline și izostatice. După cum se vede, Maxwell a dezvoltat și a stăpânit în totalitate teoria și tehnica analizei experimentale a tensiunilor prin fotoelasticitate, folosind ca materiale pentru modelele încercate fie un amestec de ceară și rășină, presate sub forma unei plăci subțiri, fie gutaperca; și toate acestea la o vârstă de până la 19 ani.

În toamna anului 1850 Maxwell a devenit student la Cambridge University. După absolvire a rămas la Cambridge, iar în anul 1855 a fost ales „Fellow of Trinity College”. În anul 1856 a fost ales profesor la Marischal College din Aberdeen, unde a predat științele naturale, până în 1860.

În anul 1860, Maxwell a fost ales titular al King's College din Londra. În timpul șederii sale la Londra, au fost publicate importante sale memorii asupra teoriei cinetice a gazelor și electricității, memorii care nu fac obiectul de studiu al lucrării de față. Dar în aceeași perioadă au apărut și studiile sale în domeniul teoriei structurilor, pe care a îmbogățit-o și căreia i-a adus numeroase importante contribuții. În rezumat, Maxwell a imaginat o metodă grafică originală pentru calculul eforturilor din barele unei „ferme”, cu ajutorul unor „diagrame reciproce” (sau „diagrame Cremona”). A rezolvat apoi problema determinării eforturilor din barele grinzilor cu zăbrele static determinate. Tot el a pus bazele metodei pentru calculul grinzilor cu zăbrele static nedeterminate, formulând și teorema reciprocității deplasărilor. În ce privește felul în care și-a prezentat contribuțiile, acestea au fost redactate sub o formă atât de concisă, abstractă și excesiv matematizată, fără nici o figură explicativă sau reprezentare grafică, încât au rămas complet străine și necunoscute inginerilor și tehnicienilor epocii. Și ar fi rămas așa în continuare, dacă peste aproape un deceniu nu le-ar fi transpus Christian Otto Mohr, un mare inginer și om de știință german, într-o formă accesibilă eventualilor beneficiari.

Dar înainte de a prezenta felul în care a valorificat Mohr opera teoretică de excepție a lui Maxwell, să mai amintim aici o latură importantă a personalității lui Maxwell, cea profund umanistă de poet (în general) și poet (la propriu) al științei. În tinerețe a tradus Eneida lui Virgiliu (Publius Vergilius Maro, 70–19 î.Chr.), Odele lui Horațiu (Quintus Horatius Flaccus, 65–8 î.Chr.) și Ajax al lui Sofocles (496–406 î.Chr.). Apoi a compus propriile sale sonete și versuri de dragoste; mai târziu versuri dedicate soției lui și versuri parodice la

adresa unor personaje istorice sau contemporane. Multe dintre poemele sale de maturitate au o tematică pur științifică. Dintre poeziile sale cu tematică, semnificație, conținut și titlu explicit sau cu conotație pur științifică, să cităm aici: „A Problem in Dynamics”, apoi „Rigid Body” (songs), „Lectures to Women on Physical Science”, „On the C.G.S. system of Units”, „Molecular Evolution”, „Song of the Cub”, și mai ales „To the Chief Musician upon Nabla”, dedicată profesorului Peter Guthrie Tait (1831–1901), căruia i se datorează orientarea finală (cu vârful în jos) a operatorului lui William Rowan Hamilton (1805–1865). Denumirea simbolului (în elină: $\nu\alpha\beta\lambda\alpha$) i se datorează fizicianului (și teologului) William Robertson Smith (1846–1894), care l-a asemuit harpei ebraice.

Dar să revenim la Otto Mohr, cel care a salvat opera mecanicistă a lui J.C. Maxwell de uitare și pe inginerii timpului de necunoașterea ei.

2. Christian Otto Mohr (Wesselburen 1835-Dresden 1918)

Mohr a fost contemporan cu Maxwell. S-a născut la Wesselburen în Holstein, pe coasta Mării Nordului, în anul 1835 [3, 4]. La vârsta de 16 ani a devenit studentul Institutului Politehnic din Hanovra. După absolvire a lucrat ca inginer de structuri la construcția căilor ferate din Hanovra și Oldenburg. În această perioadă, Mohr a proiectat unele din primele grinzi cu zăbrele din Germania. În paralel a elaborat anumite lucrări teoretice și a publicat numeroase articole importante în „Zeitschrift des Architekten-und Ingenieur-Vereins” din Hanovra. În anul 1860 (la vârsta de 25 de ani) a publicat articolele lui cu privire la ecuația celor trei momente pentru grinzi continue cu reazeme denivelabile, aplicațiile liniilor de influență, ș.a.

La vârsta de 32 de ani (în anul 1867) era deja un inginer binecunoscut și în această calitate a fost invitat la Stuttgart Polytechnikum în calitate de

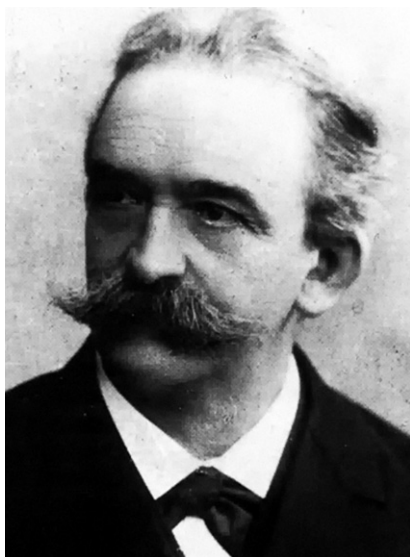


Fig. 2 – Christian Otto Mohr
(8 octombrie 1835–2 octombrie 1918)

profesor de mecanică tehnică. Mohr a fost un profesor excelent, prelegerile lui stârnind un mare interes în rândul studenților, printre care se afla și August Föppl (1854–1924).

Föppl afirmă în autobiografia sa [5, 6], că Mohr era apreciat de studenți ca „Lehrer von Gottes Gnaden” („Profesor de Grație Divină”). Cele mai importante contribuții ale lui Mohr sunt legate de teoria structurilor, dar și de alte probleme importante ale Rezistenței Materialelor. În anul 1868 (la vârsta de 33 de ani), Mohr a reluat unele încercări ale lui Maxwell din anul 1860, elaborând binecunoscuta sa metodă pentru calculul deplasărilor („Metoda Maxwell-Mohr”). În anul 1873 (la vârsta de 38 de ani) Mohr s-a mutat la Dresden Polytechnikum (Dresden Technische Hochschule), unde a rămas până la pensionare, în anul 1900 (la împlinirea vârstei de 65 de ani).

După cum am menționat mai sus, Maxwell elaborase în anul 1864 o metodă de rezolvare a sistemelor static nedeterminate. Zece ani mai târziu, în anul 1874, Otto Mohr a „explicitat” teoria lui Maxwell, punând-o în valoare cu ajutorul numeroaselor aplicații din domeniul analizei structurale. Metoda și-a găsit aplicații practice abia după apariția lucrării lui Mohr. În același an (1874) Mohr a stabilit și cunoscuta relație, $b = 2n - 3$, pe care trebuie să o satisfacă o grindă cu zăbrele plană, pentru a fi static determinată.

În anii 1881 (la 46 de ani) și 1892 (la 57 de ani), Mohr a adus contribuții deosebit de importante la rezolvarea problemelor grinzilor cu zăbrele static nedeterminate [7]. În anul 1882 (la vârsta de 47 de ani), Mohr a elaborat cea mai cunoscută metodă pentru reprezentarea grafică a stării de tensiune în jurul unui punct („Cercul lui Mohr”), pentru cazul stării plane și pentru cazul stării spațiale de tensiune. Mohr a folosit ulterior aceste reprezentări (în anul pensionării lui, 1900) la definirea propriei sale teorii de rezistență. În perioada aceea, pentru fontă și materiale de construcție se utiliza teoria a doua de rezistență a lui Jean Victor Poncelet (1788–1867) și S. Venant (1797–1886), care considerau drept criteriu de apreciere a stării limită, deformația maximă. Pentru oțel și materiale tenace se utiliza teoria a treia de rezistență a lui Henri Tresca (1814–1885), pentru care criteriul de apreciere a stării limită era tensiunea tangențială maximă. Neajunsul acestei teorii era acela că, ducea la supra-aprecierea stării de tensiune și deci la supradimensionarea structurilor proiectate. Încercând să corijeze aceste neajunsuri, în anul 1885 Eugenio Beltrami (1835–1900) și în anul 1890 J.R. Haigh enunțaseră prima teorie energetică (teoria a patra de rezistență), care lua în considerare pentru aprecierea stării limită, energia totală specifică de deformație.

Teoria lor fusese infirmată în anul 1900 de August Föppl, în urma verificărilor experimentale întreprinse de el [5]. În această stare de incertitudine și dorind să unifice (prin generalizare) teoriile de rezistență amintite mai sus, Otto Mohr enunță teoria sa proprie, pe baza unor reprezentări grafice ale stărilor de tensiune limită, ce-i aparțineau. Teoria sa urma să fie adaptată unor condiții variate de distribuție a tensiunilor și care să fie în corelație mai strânsă cu valorile acestora, obținute pe cale experimentală. Ca urmare, Mohr definește tensiunea echivalentă în funcție de un coeficient "k", exprimat ca un raport subunitar între tensiunea limită la întindere și cea de compresiune a materialului luat în considerare. Evident că în cazul materialelor tenace, pentru $k=1$, teoria lui Mohr se reducea la cea a lui Tresca. În anul 1911, Theodore von Kármán (1881–1963) demonstrează experimental, că teoria lui Mohr conducea la rezultate greșite, tocmai în cazul materialelor fragile utilizate în construcții și pentru care acesta gândise teoria sa unificatoare. A fost o lovitură neașteptată pentru Mohr, la șapte ani înainte de moartea sa. Problema teoriei unificatoare a fost rezolvată în anul 1913 de către Richard Martin Elder von Mises (1883–1953), care, reluând unele idei enunțate în anul 1904 de Maksymilian Tytus Huber (1872–1950), a definit teoria a 5-a de rezistență, pe baza criteriului energiei potențiale specifice de variație a formei corpului solicitat. Acest fapt nu știrbește însă deloc meritele științifice incontestabile ale lui Otto Mohr, inclusiv pentru faptul că a restituit științei o bună parte a operei necunoscute a lui Maxwell [8].

Bibliografie:

- [1] Campbell, L., Garnett, W., „*The Life of James Clerk Maxwell*”, London 1882.
- [2] Niven, W. D., „*The Scientific Papers*”, Cambridge University Press, Cambridge, 1890.
- [3] Kumbetlian, G., Mândrescu, G., „*Mecanica Solidelor Deformabile*” Retrospectivă Cronologică, 1452–1952, Ed. ALMA Craiova, 2005.
- [4] Timoshenko, St. P., „*Istoria Rezistenței Materialelor*”, în traducerea G. Kumbetlian, membru titular ASTR, Ed. AGIR Buc., 2006.
- [5] Föppl, A., „*Lebensrinerungen*”, München, 1925.
- [6] Knittel, G., „*Mohr, Christian Otto*”, în „*Neue Deutsche Biographie*”, Band 17, Duncker u. Humblot, Berlin, 1994.
- [7] Kurrer, Karl-Eugen, „*Geschichte der Baustatik*”, Ernst u. Sohn, 2002.
- [8] Hänseroth, Th. „*Porträt Otto Mohr*”, în Dorit Petschel: „*Die Professoren der TU Dresden 1828–2003*”, Böhlau-Verlag Köln/Weimar/Wien, 2003.