

MATEMATICA ȘI ȘTIINȚELE VIETII – NATURALE ȘI SOCIALE

Eufrosina OTLĂCAN¹

eufrosinaotl@gmail.com

“Universul este scris în limbaj matematic”

Galileo Galilei (1564-1642)

ABSTRACT

The declared purpose of this paper is to contradict the famous philosopher of mathematics Oskar Becker, who wrote that: "He [the mathematician] remains alien to the existence of the living".

Although mathematics is the most abstract of the sciences, defined as logical formalism and intuitive construction, the correlation between mathematics and the social and economic life is as old as the mankind.

The paper shows how newer or older areas of mathematics have been developed in connection with natural phenomena or the social life.

The relationships between mathematics and life, as well as other sciences is presented as a dynamic system that identifies the 5 characteristics of any system (the system status, the subsystems, internal relations, external relations, the system finality).

KEYWORDS: mathematics, social life, economic life, natural phenomena, dynamic system.

Introducere

¹ Profesor universitar, doctor în matematici, vicepreședinte al Diviziei de Istoria Științei a CRIFST al Academiei Române.

Mi-am propus să fac acest articol cu scopul declarat de a-l contrazice pe celebrul filosof al matematicii Oskar Becker, care scria că: “El [matematicianul] rămâne străin în fața existenței vii”.

Deși matematica este cea mai abstractă dintre științe, definită ca fiind logică, formalism, activitate de construcții intuitive, totuși, corelația între matematică și viața economică și socială este veche de când lumea. Ca să nu mai vorbim de corelația ei cu alte științe, pentru care a fost mereu un instrument, dar și o sursă de dezvoltare.

Vorbind despre societate și economie, din timpuri străvechi s-a impus *aritmetica* aplicată măsurătorilor, veniturilor, cheltuielilor. Apoi, ipoteze asupra desfășurării evenimentelor viitoare pe baza *calculului probabilităților*, utilizarea *statisticii matematice*, a unor *funcții matematice* și a *reprezentărilor grafice* s-au facut de câteva secole încoace și modelarea pe aceste baze continuă și astăzi, de către cercetători din diverse ramuri ale științelor naturale sau sociale. De dată ceva mai recentă sunt modelări matematice ale organizării vieții sociale, precum cartea lui Spriu Haret, *Mécanique sociale*, publicată la Paris în anul 1910. Tot mai des este vorba acum de *matematica structurală*, aplicată fenomenelor sociale și economice, pentru a fi înțelese și apoi asociate cu *modele* care ar putea fi prelucrate prin calcul, conducând astfel la soluții aplicabile problemelor ridicate de viață.

Citând un mare matematician român, academician Caius Iacob (1912-1992), evidențiem ce înseamnă în zilele noastre matematica pentru știință: “Astăzi, în toate domeniile de activitate umană locul de frunte îl ia previziunea științifică bazată pe calcul, pe metodele experimentale și teoretice ale științelor naturii. Pătrunderea matematicii în toate aceste domenii este inevitabilă și indiscutabilă... Matematicii îi revine în secolul XXI un rol deosebit de important ca element de bază în cultura umană și de limbaj al tuturor științelor naturii”².

² Caius Iacob, *Matematica în lumea de azi și de mâine*, Editura Academiei RSR, 1985, pp. 12,15.

La o încercare de a defini matematica, la nivel universal, aceasta ne-ar fi reprezentată ca fiind o sumă de cunoștințe acumulate de-a-lungul istoriei omenirii, structurate în domenii, unele clasice, precum *geometria*, *aritmetica*, *algebra*, altele devenite clasice, cum sunt *analiza matematică*, *ecuațiile diferențiale*, *teoria numerelor*, *teoria mulțimilor*, *teoria funcțiilor*, altele de vârsta unui secol, precum *topologia* și *teoria distribuțiilor*, dar și teorii de curând intrate în marea știință a matematicii, așa cum sunt *teoria operatorilor*, *teoria categoriilor*, *cercetările operaționale*, *teoria matematică a haosului*, *teoria fractală*, *teoria generală a sistemelor*.

Relația matematicii cu viața poate fi pusă în lumină de structura ei de sistem dinamic, unde se identifică cele 5 caracteristici ale oricărui sistem:

1. *Starea sistemului* la un moment dat este dată de *mulțimea elementelor* sale, constituită din totalitatea noțiunilor, axiomelor, teoremelor, demonstrațiilor, teoriilor, conjecțiilor.
2. *Subsistemele* sunt domeniile sau ramurile Matematicii, precum Geometria, Algebra, Analiza matematică și celelalte.
3. *Relațiile interne* se constituie din ideile care izvorăsc și se dezvoltă în cadrul unui domeniu sau izvorăsc dintr-un domeniu și se dezvoltă cu instrumentele altui domeniu matematic.
4. *Relațiile externe* au sens dublu. Într-un sens acestea se stabilesc prin problemele pe care le ridică alte științe, mediul natural sau cel social, care sunt preluate prin modelare matematică și rezolvate cu instrumente matematice, interpretarea rezultatelor fiind dată în cadrul științei care a pus problema. Celălalt sens înseamnă preluarea de către alte științe a unor teorii care s-au dezvoltat în interiorul matematicilor pure, după legi interne ale acestora, și aplicarea acestor teorii unor fenomene concrete, fizice, tehnice, sociale sau naturale.

5. *Finalitatea* sistemului se referă la organizarea, structurarea existenței umane, dezlegarea tainelor naturii și ale gândirii, participarea la dezvoltarea tehnologiilor sau îmbunătățirea calității vieții, prin abstractizare și asociere de simboluri care permit operații și calculate precise și rapide, specific matematicii, prin crearea algoritmilor care permit calcule cu aparatura electronică.

Mai adăugăm *dinamismul* sistemului, care este asigurat prin *creativitate*.

I. **Discipline și noțiuni matematice cu impact semnificativ în științele naturii și societății**

În cele ce urmează mă voi opri la modul în care s-au dezvoltat domenii mai noi sau mai vechi ale matematicii, în legătură cu fenomene ale naturii sau ale vieții sociale. Dintr-o mulțime extrem de largă de domenii și noțiuni matematice fundamentale, mă voi referi doar la câteva, legate de probleme reale ale științelor și artei. Voi defini conținutul și relația cu lumea nematematică a următoarelor discipline și noțiuni fundamentale: *cercetările operaționale, analiza fractală, teoria haosului, teoria sistemelor prin prisma analizei funcționale*.

a) *Cercetarea operațională*

Există probleme economice ale căror soluții au fost găsite de către unii economiști, care au creat modele matematice noi, deschizând capitole noi ale matematicilor moderne. Un exemplu este domeniul de *Cercetări operaționale*, al cărui rol este „pregătirea științifică a deciziilor” (André Brunet, prefață la³). Deși matematicianul rus L. V. Kantorovici (1912-1986) este considerat a fi deschis acest capitol, publicând în 1939 prima carte de *Programare liniară*, domeniul s-a consolidat prin contribuțiile esențiale (unele anterioare anului 1939) ale gândirii economice puse în slujba

³ Kaufmann, A. (1962), *Méthodes et Modèles de la Recherche Opérationnelle (Les Mathématiques de l'Entreprise)*, Dunod, Paris; *Metode și modele ale cercetării operaționale*, Editura Științifică, București, 1967.

rezolvării problemelor ridicate de marile confruntări militare din timpul celui de al doilea război mondial. Brunet menționează în prefața cărții ⁴ lui A. Kaufmann, „*Metode și modele ale cercetării operaționale*” câteva probleme de război care au condus la realizarea domeniului de cercetări operaționale: „Utilizarea RADAR-ului pentru apărarea antiaeriană, programele de zbor ale bombardierelor în vederea obținerii maximumului de distrugerii la sol; determinarea mărimii optime a convoaielor maritime, pentru a reduce la minim riscurile de torpilare”. *Teoria grafelor* și *Teoria jocurilor* sunt capitole ale disciplinei matematice numită *Cercetări operaționale*, servind scopurilor declarate ale acestui domeniu. Se studiază fenomene de așteptare, problema stocurilor, probleme de uzură, de înlocuire și menținere a utilajelor, de transport, de fluxuri de materiale și bănești. Pentru decizii corecte binomul “experiență – intuiție” se înlocuiește cu binomul “informație – raționament”. Ceea ce a permis rezolvarea problemelor puse a fost, pe de o parte matematica, cea care a pus la dispoziția cercetătorilor procedee noi de analiză, iar pe de altă parte, evoluția tehnicii de calcul, a mașinilor de calcul cu viteză extrem de rapidă.

Unele probleme de decizie își găsesc soluții cu ajutorul teoriei jocurilor, parte a disciplinei numite Cercetări operaționale. „*Teoria jocurilor* este o teorie matematică al cărei obiect este constituit dintr-o succesiune de acte libere, executate de un grup de persoane, în cadrul anumitor norme, care urmăresc în final repartizarea optimă a unor valori [...] Teoria jocurilor este cea dintâi teorie matematică axiomatizată a unor procese în care factorii activi sunt persoane”⁵. Întregul edificiu al teoriei jocurilor se sprijină pe două teoreme: *teorema minimax* a lui John von Neumann, dată în 1928, și *teorema echilibrului* a lui John Nash, enunțată și demonstrată în 1950. Nash a introdus distincția între jocuri cooperante și jocuri ne-cooperante, dovedind în teza sa că în orice joc ne-cooperant, cu orice număr de jucători, există cel puțin un *punct de echilibru Nash*. John

⁴ *Idem.*

⁵ Onicescu, O. (1961), *Strategia jocurilor*, Editura Academiei R. P. R.

Nash a definit echilibrul ca o situație în care nici un jucător nu își poate îmbunătăți poziția, alegând o strategie alternativă disponibilă, fără a presupune că cea mai bună opțiune a fiecărei persoane în parte va duce la un rezultat avantajos pentru toți. Lucrarea lui Nash „The Bargaining Problem”, a fost publicată în revista „Economica” în 1950. Pentru lucrările sale în domeniul teoriei jocurilor, matematicianul american John Nash a primit premiul Nobel pentru economie în 1994. S-a apreciat că Nash a reușit să deschidă calea pentru aplicarea teoriei jocurilor în economie, științele politice, sociologie și chiar în biologie. În 1994 se scria că: „În prezent pare să fie evident că aplicarea corectă a darwinismului la problemele de interacțiune socială între animale necesită folosirea jocurilor ne-cooperante”. (Reinhard Selten, „Nobel Seminar”, *Les Prix Nobel 1994*⁶).

Lucrarea lui E. Chauvet⁷ face apel la teoria echilibrului Nash pentru a prezenta un paradox al Puterii în Democrație.

Un exemplu de cercetare economică, relativ recentă, care folosește unele instrumente ale Cercetării operaționale: în 2007, la Conferința internațională CASYS'07, Hamid Reza Kamali prezenta lucrarea: „Privind o soluție aproximativă a problemei comis-voiajorului”⁸. Este vorba de a stabili ordinea de parcurgere a unor puncte (orașe) așa încât bucla efectuată să dea cea mai mică valoare a distanțelor însumate. Folosind și simularea pe calculator, autorul găsește metode noi de rezolvare a acestei probleme de optim într-un graf valuat.

b) *Analiza fractală*

⁶ Nasar, S. (1998), *A beautiful mind (O minte sclipitoare)*, Editura Orizonturi, București.

⁷ Chauvet, E. (2005), The Evolution of Functional Systems; Economic Uncertainty; the Paradox of Power in Democracy and Equilibrium of Natural Selection Trough Nash Equilibria, CASYS'05, Liège, Belgium, *Abstract book*, Symposium 8, p. 17.

⁸ Kamali, H. R. (2005), Surveying an Approximate Solution for Traveling Salesman Problem, CASYS'05, Liège, Belgium, *Abstract book*, Symposium 8, p. 12.

O disciplină matematică a cărei apariție și dezvoltare ține de ultimul sfert de secol XX, care trezește un interes deosebit în cele mai diverse domenii ale științei, este “Analiza fractală”, care are la bază termenul “fractal”.

Ca orice disciplină științifică nouă, nici Analiza fractală nu a apărut pe un câmp nou de idei. Mai mulți matematicieni semnalaseră existența unor identități geometrice excepționale, fără asemănare cu figurile și corpurile semnalate de geometria clasică. În 1938 apăruse lucrarea “Curbe și suprafețe în plan și în spațiu formate din părți similare întregului” a lui Paul Pierre Levy, în care se prezentau curbe și figuri construite de matematicieni. Cel care identifică în natură sistemele care prezintă părți similare cu întregul sistem este matematicianul Benoît Mandelbrot. În lucrarea sa din 1960, intitulată “Cât de lungă este coasta Marii Britanii”, descoperă faptul că teoria pe care o va crea pleacă de la natură. Noțiunea de *fractal* a fost introdusă în 1975 de Mandelbrot, pentru a vorbi despre „o nouă geometrie a naturii”, deosebită de geometria euclidiană și care face posibilă cuantificarea multor forme neregulate. Neregularitatea formelor spațiale fractale se repetă geometric la diferite scări, așa încât despre un obiect fractal se poate spune că are proprietatea de „auto-similaritate” sau de „invarianță la scară”. Proprietatea cheie a unui fractal este aceea că posedă structuri asemănătoare pe o ierarhie simetrică a scărilor. Astfel, o structură definită de o mărime x implică ceva similar la mărimea rx , unde r este factorul de scară. Pentru ca structura să fie fractală, sub-structuri similare trebuie să existe la r^2x , r^3x , r^4x și așa mai departe. Mandelbrot folosește termenul *fractal* în sensul de “neregulat”, formulând definiția: sistem sau obiect fractal este “un ansamblu care prezintă aceleleași neregularități la orice scară ar fi privit”. Din punct de vedere geometric, fractalul este un ansamblu ale cărui părți sunt într-o bună măsură identice cu întregul; aceasta se numește *autosimilaritate*. Un exemplu din natură de obiect (sistem) fractal, bine cunoscut de noi toți, este conopida sau broccoli.

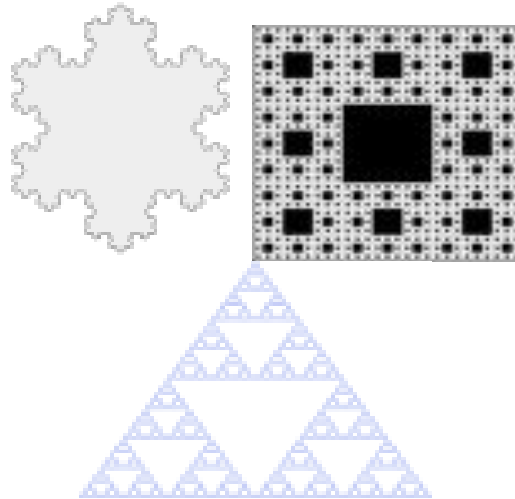


Fig. 1. Exemple de fractali

Ce dezvoltări și aplicații se dau astăzi teoriei fractale, de către matematicieni și ne-matematicieni, încerc să ilustrez prin câteva exemple.

Analiza fractală a început să fie folosită în studiul orașelor în 1994, geografii Batty și Longli au arătat că diversitatea și complexitatea orașelor poate fi simulată grafic pe calculator, pe baza fractalelor. Modelarea planificării urbane prin analiza fractală este demonstrată în lucrarea „Implicarea analizei fractale pentru creștere economică și dezvoltare”⁹ (comunicată la Congresul al 13-lea al Organizației Mondiale de Sisteme și Cibernetică (WOSC), care a avut loc în iulie 2005 la Maribor în Slovenia, autor Robert G. Dick, profesor emerit de Afaceri urbane și planificare la Institutul Tehnologic Virginia din Blacksburg (Virginia, SUA). Autorul consideră, conform propriei declarații, dezvoltarea activității socio-economice

⁹ Dick, R. (2005), Implications of Fractal Analysis for Economic Growth and Development, The 13th International Congress of Cybernetics and Systems, WOSC, Maribor, Slovenia, *Proceedings*, vol. 2, *Economic Systems*, pp. 37-44.

dintr-o perspectivă fractală, folosind principiile de bază ale Științei integrative, în special în probleme de planificare urbană. Dick afirmă în lucrarea citată că teoria fractalelor impune ca distribuția structurilor urbane construite să fie schițată în mod natural înspre scară mică, anulând astfel tendința spre scară mare, care s-a manifestat în planurile urbane ale secolului XX. Conectările spațiale la scară mică sunt cele mai potrivite cu modelele care evoluează la interfața electronică, unde vrem să avem cel mai mare număr de conexiuni la cea mai mică scară, unde predomină cele mai scurte drumuri. Dick vorbește de două principii fundamentale care se pot aplica dezvoltării economice: *coerența fractală* (ierarhică) și *conectivitatea fractală*. Următoarele trei caracteristici ale activității economico-sociale sunt văzute de autor din perspectiva fractală, primele două considerate a fi de natură structurală, a treia fiind privită ca proces, dar toate trei corelându-se reciproc.

1. Actorii economici sunt conectați într-un sistem al informației și energiei, organizat fractal, care are scopul să optimizeze fluxul de energie și informații în beneficiul reciproc al tuturor membrilor din sistem, ca un întreg. Toți actorii participă la cumpărare și vânzare de bunuri economice și servicii.

2. Distribuția activității în spațiu este descrisă de legi care operează la nivele stabile. Scopul distribuției este să optimizeze relațiile populației cu mediul, adaptarea la mediu, stabilitate și eficiență. Centrele (hubs) se află într-o distribuție geografică fractală, interconectate cu alte centre, în sus și în jos pe scala de nivele, descriind o rețea.

3. Aceste relații structurale trebuie să aibă ca suport o știință socială de colaborare, pentru a facilita dezvoltarea complexă a sistemului. Toate centrele să fie complet deschise către schimbul de energie, informație și capital, fără dominare distructivă a unui centru de către altul, așa încât să fie posibilă o ecologie a susținerii reciproce.

În legătură cu acest mod de a vedea lucrurile, aș aprecia că împărțirea administrativă a unui oraș în arondismente (exemplu, Paris) este considerată mult mai potrivită (avantajoasă) decât cea în sectoare (exemplu, București).

Dar la modelul fractal apelează și cercetători ai fenomenelor cunoașterii. Astfel, Gildas Rouvillas, consultant științific în Louvenciennes, Franța, în lucrarea „Un model fractal al cunoașterii”¹⁰ îl citează pe Khalil Gibran (1883-1931, scriitor libanez, unul dintre principalii reprezentanți ai renașterii literaturii arabe): „Mintea ta este ca un copac cu rădăcini adânci în tradiție și ale cărui ramuri cresc prin forța continuității”. Rouvillas declară că nu încearcă să construiască un model matematic al cunoașterii pe baza geometriei diferențiale sau a topologiei algebrice, ci leagă problemele cunoașterii de reprezentările și simbolismul tradițional, așa cum se află în Sofism, Taoism, Hinduism, Cabala, toate acestea potrivit-se foarte bine împreună. În cursul acestei analize apar situații în care schemele fractale sunt foarte pertinente, chiar dacă nu apar explicit, ci doar implicit. La sfârșitul procesului se va întâlni o ierarhie a nivelelor de evoluție a celulelor într-o tumoare canceroasă, sugerând că o fractalitate spațiu-timp ar putea lucra în mecanismul stării conștiente.

Teoria fractalelor se folosește acum pentru modelarea fenomenelor care definesc haosul. Ne oprim puțin și la această nouă disciplină matematică.

c) *Teoria matematică a haosului*

Definiția haosului matematic: Un sistem haotic este o noțiune pur matematică, iar apariția sa în modelarea sau interpretarea realității denotă apelul pe care îl facem la un model matematic, deci nu poate fi perfect. Sistemul haotic nu este o realitate, el este legat de cunoașterea procesului, conectat cu imposibilitatea de a face prognoze foarte exacte. Haosul determinist este o comportare imprevizibilă a unui sistem, dar o comportare care este guvernată de reguli, de legi. Explicația acestui paradox se bazează pe algoritmi și modelul de recurență folosit în cazul sistemele dinamice nelineare. Ecuația constitutivă generală a unui sistem dinamic cu memorie

¹⁰ Rouvillois, G., (2005), A Fractal Model of Consciousness, CASYS'05, Liège, Belgium, *Abstract book*, Symposium 6, p. 19.

infinită, care se introduce în mod natural, poate servi ca un punct de plecare la identificarea momentului în care apare un nod de haos determinist¹¹.

Teoria haosului a apărut la începutul anilor 60 ai secolului trecut, în legătură cu studiul unor sisteme din natură, în special al celor care indicau lipsa preciziei în prognoza meteorologică pe termen lung. Apoi s-a extins la domeniul științelor economico - sociale, în particular la evoluția piețelor financiare.

Un sistem haotic se caracterizează prin instabilitate relativă la condițiile inițiale. Orice sistem haotic are un interval de timp numit *timp caracteristic*, T , definit prin următoarea proprietate: dacă distanța la momentul inițial t_0 între două posibile traiectorii ale evoluției unui sistem este egală cu d , la momentul $t_0 + T$ distanța între cele două traiectorii este de 10 ori mai mare, deci egală cu $10d$. Distanța d este eroarea estimată care se face la momentul inițial.

Ivar Ekeland în cartea sa „Le chaos”¹² scrie: „Teoria haosului este ca și geometria euclidiană sau teoria numerelor: nu este o teorie științifică, ci un set de rezultate matematice. Și mai departe, explică: „o teorie științifică ne spune ceva despre lume, în timp ce matematicile ne spun ceva despre matematici....Teoria haosului este, înainte de toate, un pas al progresului matematicilor”. Corespondența între realitatea fizică și modelul matematic nu este una directă, ea trece prin calcul, și de aici ideea: „Teoria haosului s-a matematizat....Un sistem haotic este un *zoom*...un mecanism care amplifică distanțele inițiale”.

Ekeland spune că teoria haosului discerne, în cadrul evoluției unui sistem, apariția unui grad de libertate pe care sistemul nu l-a avut înainte, așa că haosul / hazardul este o consecință a hotărâului care desparte *zeroul*

¹¹ Otlăcan, E., 2004 The Synergy and the Chaos identified in the constitutive equation of a dynamic system, *AIP Conference Proceedings*, New York 2004, pp. 328-337.

¹² Ekeland, I., *Le chaos*, Flammarion, 1995.

matematic de cea mai bună aproximație. Până în secolul al XX-lea noțiunea de model determinist este asociată celei de sistem linear. Dar aproximarea unui sistem ne-linear printr-unul linear nu este valabilă dincolo de timpul caracteristic T . Pentru intervale de timp mai mici decât T putem cunoaște prin calcul evoluția sistemului. Pentru durate mai mari decât $10T$ traiectoria sistemului se pierde complet. Modelele ne-lineare se procesează prin simulări numerice, grafice sau teoreme matematice.

Evoluția impvizibilă a unui sistem haotic are două surse diferite:

1. Erori introduse la precizarea stării inițiale.

2. Erori obținute prin rotunjirea calculului, păstrând doar un număr limitat de zecimale.

O descoperire importantă în teoria matematică a haosului este următoarea:

Shadowing theorem (teorema de urmărire). Incertitudinea asupra poziției inițiale și erorile prin rotunjire în timpul calculului se contrabalansează; există o traiectorie adevărată care are acuratețea impusă de calcul (3, 6, 12 sau 24 zecimale).

Acesta este un rezultat de stabilitate care arată faptul că putem accepta simulările numerice. Într-un grafic cu traiectoriile care corespund la două condiții inițiale diferite, dar cu diferențe mici, apare atractorul lui Lorenz.

Pe lângă reprezentările grafice obținute prin simulări numerice, care au condus la teoria fractalelor, alte dezvoltări ale teoriei matematice a haosului folosesc teoria categoriilor, cu definiții adecvate pentru un sistem dinamic, măsura unui sistem dinamic, dinamicele simbolice¹³. Un model matematic în care se identifică, într-o expresie matematică, termenii care aduc haos în cunoașterea pe care o putem avea despre evoluția sistemelor dinamice, a

¹³ R. L. Wojtowicz, R. L., 2002, On Categories of Cohesive, Active Sets and Other Dynamic Systems, Dissertation, University of Illinois, Urbana-Champaign, USA.

fost construit în lucrarea „The Synergy and the Chaos identified in the constitutive equation of a dynamic system”¹⁴.

Opiniile unui specialist în probleme ale piețelor financiare

Bernice Cohen, consultant financiar din Marea Britanie, într-o lucrare prezentată la al 15-lea Congres Internațional de Cibernetică¹⁵, dezvoltând o teorie a haosului pe piețele financiare, afirmă că teoria haosului determinist explorează sistemele complexe, cu multe variabile, care se manifestă neregulat și ne-linear. Planeta noastră este în totalitate dominată de sisteme haotice: „haosul este parte familiară a lumii noastre de fiecare zi, noi am acceptat aceasta fără a-i înțelege pe deplin natura ei matematică”.

Cohen explică în felul următor paradoxul cuprins în definiția haosului determinist ca o comportare imprevizibilă a unor sisteme dinamice, guvernată însă de reguli: pe de o parte, prin faptul că aceste sisteme dinamice sunt mereu într-un „proces în devenire”, deci inerent instabile; pe de altă parte, prin algoritmi la care recurge modelele existente folosite în studiul sistemelor dinamice ne-lineare.

Ca și pentru mișcările violente de ape, care nu beneficiază de ecuații matematice, cazul piețelor financiare nu a fost încă modelat matematic. Cohen scrie că: „Aceasta înseamnă, pur și simplu, că trebuie să găsim ecuații diferențiale care să reprezinte bazele matematice ale lor”.

Existența în natură a formațiunilor care se repetă impune modele care se repetă, urmând un set de reguli simple. Algoritmii pentru modelele haotice pot fi încărcăți pe calculatoare, care generează graficele cunoscute sub denumirea de fractale. Fractalele generate de calculator sunt „exact

¹⁴ Otlăcan, E., 2004 The Synergy and the Chaos identified in the constitutive equation of a dynamic system, *AIP Conference Proceedings*, New York 2004, pp. 328-337.

¹⁵ Cohen, B., 1998, Chaos in Stock Market. Deterministic Chaos in Financial Markets, *Proceedings of the 15th International Congress on Cybernetics*, Namur, Belgia, pp. 977-982.

auto-similare” din cauză că formulele sunt produse numeric pe calculator. Totuși, în natură fenomenele sunt doar „aproximativ auto-similare”. Ele se aseamănă, dar nu sunt identice. Pe piețele financiare apar repetări. Ele se văd pe diagramele care înregistrează performanțele companiilor cotate la bursă oră de oră, zilnic, săptămânal. Formațiuni repetate de diagrame reflectă evoluția cumpărărilor și vânzărilor pentru milioane de indivizi separat. Se creează în timp serii de modele de prețuri, indici bursieri, care se repetă la diferite scări: peste minute, ore, zile, luni sau ani. Cohen crede că diagramele care indică mișcările prețului companiilor sau ale indicilor de mărime a stocurilor pe piață sunt reprezentări grafice ale haosului care operează pe piețe. Sunt fractale ale stocurilor și expun geometria mișcărilor pe piață.

Cohen punctează caracteristicile sistemelor haotice, ca fiind următoarele:

- Totdeauna regulile sunt date prin algoritmi.
- Ciclurile sunt ne-periodice.
- Procesele se desfășoară prin alternanța perioadelor pozitive și a celor negative.
- Există un vârf al haosului, un punct critic, în sistemele complexe, dinamice, ne-lineare.

Cohen crede că vârful haosului se manifestă în momentele numite: booms, bubbles, crashes (prosperitate, efervescentă, prăbușire). Din studiul a 6 faimoase episoade ale piețelor financiare, acoperind 278 de ani și trei continente, Cohen găsește 8 etape:

1) o întâmplare inițială de declanșare; 2) o pompă financiară, de obicei banca centrală pompează în sistem bani în exces; 3) marchează creșterea prețurilor bunurilor de valoare; 4) un asalt la cumpărare, speculații și împrumuturi pentru a cumpăra acțiuni – acesta este vârful haosului; 5) marchează punctul culminant și este percepută de publicul naiv; 6) marchează primele dubii ale populației, când începe să-și pună întrebări despre scenariul trandafiriu al îmbogățirii la nesfârșit, așa cum o anticipau ei; 7) marchează începutul vânzărilor serioase; 8) aduce panica avalanșei de vânzări.

În concluzie, Cohen spune că teoria haosului este adevărata explicație a modului de operare a piețelor financiare.

d) *Analiza funcțională și teoria generală a sistemelor*

În 1910 Jaques Hadamard numește *funcționala* ca fiind o funcție numerică al cărei argument este o funcție (funcție de funcție). *Analiza funcțională* este denumirea dată tot pe la începutul secolului XX de Paul Levy. Alături de matematicieni ca M. Fréchet (1878-1973), S. Banach (1892-1945), D. Hilbert (1862-1943), F. Riesz (1880-1956), L. Schwartz (1915-2002), I. M. Gelfand (1913-2009), grupul intitulat Nicolas Bourbaky, la dezvoltarea acestei discipline contribuie matematicieni români, precum A. Ghika (1902-1964), G. Marinescu (1919-1987), R. Cristescu. În cadrul Analizei funcționale s-a dezvoltat și teoria operatorilor. La 7 decembrie 1990 acad. Romulus Cristescu își rostea discursul de recepție în Academia Română, având ca titlu „Asupra unor cercetări de teoria spațiilor liniare ordonate și a operatorilor liniari”. În cuvântul de răspuns pe care-l dădea acad. Nicolae Teodorescu (1908-2000) spunea: „Matematica a trecut prin două revoluții începând cu cel de al patrulea deceniu: o revoluție structurală și, începând cu deceniul al cincilea, o revoluție operațională”¹⁶. Tot aparținând Analizei funcționale, noțiunea de *spațiu topologic local convex* și-a găsit aplicații și în Teoria generală a sistemelor. Dacă starea unui sistem la un moment dat este un vector, deci o grupare ordonată de numere reale care reprezintă valorile parametrilor săi la momentul respectiv, un proces este o funcție de timp care exprimă evoluția stării sistemului. De aceea corespondența de la proces la o nouă stare a sistemului se poate considera ca fiind o funcțională, deci o funcție de funcția-proces. Considerând procesele ca funcții care aparțin unui anumit spațiu liniar topologic local-

¹⁶ Teodorescu, N., *Răspuns la Discurs de Recepție în Academia Română*, Editura Academiei Române, București, 1991.

convex, am prezentat o serie de lucrări originale, publicate în țară și în străinătate. Am citat în bibliografia dată aici câteva lucrări ^{17 18 19 20}.

O atenție deosebită am acordat-o sistemelor anticipative. O definiție acceptată a acestora a fost dată de Robert Rose și completată de Daniel Dubois: “*Un sistem anticipativ este un sistem care conține un model predictiv al lui însuși și/sau al mediului înconjurător, model care să conducă la schimbarea stării sistemului într-un moment oarecare, în acord cu predicția modelului referitoare la un moment următor*” (Rose); Un sistem anticipativ este un sistem pentru care comportarea prezentă se bazează pe *evenimente trecute și/sau prezente*, dar și pe *evenimente viitoare*, construite din aceste evenimente trecute, prezente și viitoare” (Dubois). Dintre sistemele anticipative m-am oprit la perechile de sisteme care evoluează împreună, după o lege numită *anticipare – întârziere*. Rezolvând anumite sisteme de ecuații diferențiale, am extras aplicații și interpretări legate de viață. Omul și mediul său pot reprezenta un asemenea cuplu de sisteme care evoluează după principiul anticipare – întârziere. Lucrările [13] și [14] prezintă demonstrații și concluzii.

¹⁷ Otlăcan, E., The Synergy and the Chaos identified in the constitutive equation of a dynamic system, *AIP Conference Proceedings*, New York 2004, 328-337.

¹⁸ Otlcan, E., (2005), Optimization Criteria of Dynamic Systems Obtained by Differential Calculus in Seminormed Spaces, The 13th International Congress of Cybernetics and Systems, WOSC, Maribor, Slovenia, *Proceedings, vol. 7, Mathematical Models*, pp. 39-48.

¹⁹ Otlcan, E., (2007), Systems in a Retardation and Anticipation Relation: Mathematical Developments, Interpretations, Examples, In *COMPUTING ANTICIPATORY SYSTEMS: CASYS'07 – Eight International Conference*, edited by Daniel M. Dubois, published by The American Institute of Physics, AIP CP 1051, pp. 151-165

²⁰ Otlcan, E., (2009), “Symmetry and Asymmetry of Conjugate Systems with Anticipation and Retardation”, *Kybernetes*, vol. 38, nr. 7/8, pp. 1162-1170.

Pe teoria sistemelor aplicată unor fenomene economice se întemeiază și lucrările semnalate în lista bibliografică sub numerele [7], [17], [18].

Cele câteva exemple de modelare matematică a unor fenomene sociale și economice arată calea pe care evoluează știința, așa cum o vedea marele nostru matematician Grigore C. Moisil și o exprima în cugetările sale²¹ : „Eu, matematica o văd ca ceva larg, care se întinde de la filosofie la inginerie [...] E probabil că ceea ce va caracteriza epoca în care trăim e procesul de matematizare a științelor sociale”.

Bibliografie

- [1] Caius Iacob, *Matematica în lumea de azi și de mâine*, Editura Academiei RSR, 1985.
- [2] Chauvet, E. (2005), The Evolution of Functional Systems; Economic Uncertainty; the Paradox of Power in Democracy and Equilibrium of Natural Selection Trough Nash Equilibria, CASYS'05, Liège, Belgium, *Abstract book*, Symposium 8.
- [3] Cohen, B., 1998, Chaos in Stock Market. Deterministic Chaos in Financial Markets, *Proceedings of the 15th International Congress on Cybernetics*, Namur, Belgia, pp. 977-982.
- [4] Dick, R. (2005), Implications of Fractal Analysis for Economic Growth and Development, The 13th International Congress of Cybernetics and Systems, WOSC, Maribor, Slovenia, *Proceedings, vol. 2, Economic Systems*, pp. 37-44.

²¹ Moisil, V. (1998), *Grigore C. Moisil, Un profesor NU ca oricare altul*, Editura Tehnică, București.

- [5] Ekeland, I., *Le chaos*, Flammarion, 1995.
- [6] Kamali, H. R., (2005), Surveying an Approximate Solution for Traveling Salesman Problem, CASYS'05, Liège, Belgium, *Abstract book*, Symposium 8.
- [7] Kaufmann, A. (1962), *Méthodes et Modèles de la Recherche Opérationnelle (Les Mathématiques de l'Entreprise)*, Dunod, Paris; *Metode și modele ale cercetării operaționale*, Editura Științifică, București, 1967.
- [8] Krawiec, A., Szydłowski, M., (2005), Anticipated Consumption in Optimal Economic Growth Model, CASYS'05, Liège, Belgium, *Abstract book*, Symposium 8.
- [9] Moisil, V. (1998), *Grigore C. Moisil, Un profesor NU ca oricare altul*, Editura Tehnică, București.
- [10] Nasar, S. (1998), *A beautiful mind (O minte scilipitoare)*, Editura Orizonturi, București.
- [11] Onicescu, O. *Strategia jocurilor*, Editura Academiei R. P. R., 1961.
- [12] Otlăcan, E., 2004 The Synergy and the Chaos identified in the constitutive equation of a dynamic system, *AIP Conference Proceedings*, New York 2004, 328-337.
- [13] Otlacan, E., (2005), Optimization Criteria of Dynamic Systems Obtained by Differential Calculus in Seminormed Spaces, The 13th International Congress of Cybernetics and Systems, WOSC, Maribor, Slovenia, *Proceedings, vol. 7, Mathematical Models*, pp. 39-48.
- [14] Otlacan, E., (2007), Systems in a Retardation and Anticipation Relation: Mathematical Developments, Interpretations, Examples, In *COMPUTING ANTICIPATORY SYSTEMS: CASYS'07 – Eight*

- International Conference*, edited by Daniel M. Dubois, published by The American Institute of Physics, AIP CP 1051, pp. 151-165.
- [15] Otlacan, E., (2009), “Symmetry and Asymmetry of Conjugate Systems with Anticipation and Retardation”, *Kybernetes*, vol. 38, nr. 7/8, pp. 1162-1170.
- [16] Rouvillois, G., (2005), A Fractal Model of Consciousness, CASYS’05, Liège, Belgium, *Abstract book*, Symposium 6.
- [17] Teodorescu, N., *Răspuns la Discurs de Recepție în Academia Română*, Editura Academiei Române, București, 1991.
- [18] Wang, R., Liu, S.m (2005), Economic Thoughts About Management Innovation, The 13th International Congress of Cybernetics and Systems, WOSC, Maribor, Slovenia, *Proceedings*, vol. 2, pp. 63-70.
- [19] R. L. Wojtowicz, R. L., 2002, On Categories of Cohesive, Active Sets and Other Dynamic Systems, Dissertation, University of Illinois, Urbana-Champaign, USA..